



PÓS - GRADUAÇÃO

**ESPECIALIZAÇÃO EM *ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA PARA SÉRIES FINAIS*  
*ENSINO FUNDAMENTAL – 6º AO 9º***

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA  
DE ENSINO**

**MARCOS DE ABREU DOS SANTOS**

Foz do Iguaçu  
2016

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA  
DE ENSINO**

**MARCOS DE ABREU DOS SANTOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Latino-Americano de Ciências da Vida e da Natureza da Universidade Federal da Integração Latino-Americana, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo do Carmo

MARCOS DE ABREU DOS SANTOS

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Latino-Americano de Ciências da Vida e da Natureza da Universidade Federal da Integração Latino-Americana, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências e Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**



---

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Carmo  
UNILA



---

Prof. Dr. Marcelo Nepomuceno Kapp  
UNILA

Foz do Iguaçu, 19 de 03 de 2016

Dedico este trabalho ao  
meu amado filho Miguel.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a Deus por ter permitido que eu chegasse até aqui, por tudo que fez em minha vida, por todas as minhas conquistas e pelo Seu imenso amor, sei que sem o Senhor nada eu seria.

A minha família, em especial a minha esposa amada Danieli, que com benção de Deus, me deu uma das maiores felicidade de minha vida, meu filho amado Miguel, alegria e benção da minha casa.

Ao Professor Eduardo do Carmo, pela orientação, dedicação e confiança no desenvolvimento desse trabalho.

A todos os professores do Curso de Pós – Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática para Séries Finais – Ensino Fundamental - 6º ao 9º ano, pelo conhecimento transmitido, profissionalismo e lealdade ao defender a profissão.

Ao professor Marcelo Nepomoceno Kapp da banca, pelas orientações.

*Todo aquele que vem a Mim, e ouve as Minhas palavras, e as pratica, Eu vos mostrarei a quem é semelhante. É semelhante a um homem que, edificando uma casa, cavou, abriu profunda vala e lançou o alicerce sobre a rocha; e, vindo a enchente, arrojou-se o contra aquela casa e não a pôde abalar, por ter sido bem construída.*  
**(Lucas 6.47,48)**

SANTOS, M. A.,. **Modelagem Matemática como Ferramenta de Ensino**. 2016.00. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós – Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática para Séries Finais – Ensino Fundamental - 6º ao 9º ano da Universidade Federal da Integração Latino-Americana. 2016

## RESUMO

O presente trabalho aborda a prática da Modelagem Matemática, concebida numa perspectiva de Ensino Matemática. Inicialmente, apresentamos algumas concepções de Modelagem Matemática, destacando algumas considerações para a sala de aula e a perspectiva de Modelagem de (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), principal referencial teórico-bibliográfico dessa pesquisa. Nossa metodologia de pesquisa qualitativa contempla a sugestão de uma Atividade de Modelagem Matemática ao tema voltado para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental: A Planta Baixa de uma Casa. As Considerações Finais do nosso trabalho apontam que o desenvolvimento de Atividades de Modelagem Matemática contribui para o repensar de um ensino voltado para uma aprendizagem diferenciada, motivadora, situada, interessante e com significados reais para os estudantes, além de fomentar nesses estudantes uma formação integral em seus aspectos sociais, culturais, críticos e relacionais.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Ensino Matemática, Ensino-Aprendizagem.

SANTOS, M. A.,. **Modelagem Matemática como Ferramenta de Ensino.** 2016.00. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós – Graduação Lato Sensu de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática para Séries Finais – Ensino Fundamental - 6º ao 9º ano da Universidade Federal da Integração Latino-Americana. 2016

## **ABSTRACT**

This paper presents a study that addresses the practice of Mathematical Modeling, designed in Mathematics Education perspective. Initially, we present some mathematical modeling concepts, highlighting some considerations for the mathematics classroom and the prospect Modeling (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), the main theoretical and bibliographic references of our research. Our qualitative research methodology includes the suggestion of a Modeling Activity Mathematics the subject aimed at students of the 9th grade of elementary school: The Floor Plan of a house. The Final Remarks of our study show that the development of mathematical modeling activities contributes to the rethinking of a targeted education for differentiated learning, motivating, located, interesting and real meaning for students, and encourage these students a comprehensive training their social, cultural, critical and relational.

**Key words:** Mathematical modeling, Teaching Mathematics, Teaching-Learning



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Dinâmica da modelagem matemática.....	17
<b>Figura 2</b> – Planta baixa de casa.....	38
<b>Figura 3</b> – Planta retangular terreno - casa.....	39
<b>Figura 4</b> – Planta de um cômodo.....	40
<b>Figura 5</b> – Parede da frente.....	41
<b>Figura 6</b> – Parábola.....	43

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>2 MODELAGEM .....</b>	<b>14</b>
2.1 MODELO MATEMÁTICO.....	14
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	16
<b>3 O ENSINO DE MATEMÁTICA HOJE.....</b>	<b>20</b>
3.1 A ATIVIDADE MATEMÁTICA NO ENSINO.....	20
3.2 NORMAS DO TRABALHO DE ENSINO DE MATEMÁTICA.....	22
3.3 SALA DE AULA.....	23
<b>4 METODOLOGIA DE PESQUISA.....</b>	<b>24</b>
4.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	24
4.2 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	24
4.3 SUJEITOS DA PESQUISA.....	25
4.4 METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	25
4.5 APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE E PROPOSTA.....	26
<b>5 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO .....</b>	<b>27</b>
5.1 MODELAÇÃO MATEMÁTICA.....	27
5.2 MODELAGEM PARA O ENSINO.....	31
5.3 APRENDER PARA ENSINAR.....	31
5.4 DIAGNÓSTICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO.....	32
<b>6 MODELO PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....</b>	<b>37</b>
6.1 EXPLORANDO A PLANTA BAIXA DE UMA CASA.....	37
6.2 CONSTRUINDO UM CURRAL.....	42
6.3 ABORDAGEM EM SALA DE AULA.....	43
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>49</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>51</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A busca de estratégias e/ou metodologias para o ensino de matemática vem sendo um desafio constante na vida dos docentes, da academia e dos órgãos governamentais. Neste sentido o ensino da matemática por meio de técnicas que envolvem Modelagem Matemática é foco de discussão entre os professores há mais de 30 anos e tem sido considerado uma tendência metodológica. Este procedimento avançou além do campo de pesquisa já constando em documentos oficiais, como no caso das Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná – DCE, 2008. Então, entender se a modelagem é uma ferramenta válida na busca de um ensino de matemática mais efetivo se trata de uma tarefa fundamental e requer uma atenção específica em compreender o ensino da matemática nos dias atuais (KLÜBER, 2012).

Não pretendemos reformular o modo de abordagem da Modelagem Matemática e sim discutir e tratar de que forma ela poderia ser abordada em sala de aula para que se efetivasse como uma ferramenta de ensino. Para tanto, iremos usar como base principal para nossa pesquisa os referenciais teóricos (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), (SADOVSKY, 2010) e (RIBEIRO, 2009).

Não podemos encarar a educação como outrora, desafios e realidades sociais são variáveis em questão nesse século XXI. A exigência cada vez maior do mercado de trabalho para um profissional crítico, pensante e produtivo requer uma educação diferenciada e atendida para a concepção da matemática nos dias de hoje. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), esse futuro é agora, e os desafios do ensino – aprendizagem de matemática tem se tornado cada vez mais um tema de grande discussão nos currículos de ensino.

Muito se falou e se fala de um futuro que está por chegar. Pois bem, chegamos ao século XXI, no qual aponta-se para novos desafios e estes, para novas formas de encarar a realidade social. A educação também vem recebendo seus desafios, talvez os mais difíceis, entre eles o de antever e propor à sociedade um “novo” profissional, que comandará a economia, a produção, o lazer e outras atividades.

Desafios como estes têm tornado crescente o movimento em prol do ensino de matemática, em especial, nas últimas décadas. Têm gerado

reestruturações no currículo e nos métodos de ensino que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independentemente. Não é difícil perceber que o futuro da civilização e da própria sobrevivência dependem da qualidade de imaginação criadora dos homens e mulheres no nosso tempo e das futuras gerações (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.9).

Mas como podemos trabalhar em sala de aula para poder despertar uma mente criativa e inovadora em nossos alunos? Como deve ser nossas práticas de ensino para o futuro que chegou? (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) defende a matemática como base para a compreensão e entendimento de quase todas as áreas de conhecimento.

A matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida, nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar. Devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.9).

Atualmente é difícil encontrar uma situação que não esteja direta ou indiretamente relacionada com a matemática. A necessidade fundamental para o estabelecimento dela é um processo ilimitado de modelação. Não há dúvidas quanto a importância e a necessidade de buscarmos meios eficientes para o ensino – aprendizagem de matemática, perante o colocado surgem algumas questões para a ferramenta de ensino proposta nessa pesquisa: *o que é modelagem? Como implementar a modelagem matemática no ensino de Matemática? Como o professor pode aprender modelagem matemática para poder ensinar?*

São essas questões que iremos tratar. Dessa forma nosso trabalho está organizado da seguinte maneira:

A capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre modelagem matemática, sua formulação e suas concepções sobre modelo e modelagem.

O capítulo 3 traz algumas considerações sobre o ensino de matemática nos dias atuais e como a atividade matemática pode ser um diferencial em sala de aula e fora dela.

O capítulo 4 aborda a metodologia utilizada, detalhando a forma que tratamos os dados e como organizamos a pesquisa para alcançarmos nossos objetivos.

O capítulo 5 defende a ideia principal da pesquisa, tratamos exclusivamente de como podemos compreender a modelagem para que ela se torne uma ferramenta efetiva e satisfatória no processo de ensino-aprendizagem.

O capítulo 6 traz uma sugestão de como podemos abordar um tema ou situação e fragmenta-la para que possamos usar a modelagem de forma contínua em sala de aula, além de apresentar um roteiro que pode ser abordado também como um projeto de médio ou longo prazo.

## 2 MODELAGEM

A formulação de modelos matemáticos para analisar fenômenos naturais ou artificiais é essencial ao homem desde o início da civilização. No entender de (GRANGER, 1969), o modelo é uma figura que se forma na cabeça, no instante em que nosso lado racional busca compreender e traduzir uma sensação, tentando por deduções relacionar com o conhecimento já adquirido. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) modelar é uma prática antiga e necessária para a vida.

Na verdade o ser humano sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido, a modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.11).

### 2.1 MODELO MATEMÁTICO

São muitas as situações do nosso cotidiano que requerem decisões ou soluções para problemas específicos. As soluções podem ser simples e algumas necessitam de conteúdos matemáticos elementares, como:

- ✓ O tempo necessário para percorrer uma distância, mantendo-se a velocidade média
- ✓ O juro cobrado por uma instituição financeira a um determinado empréstimo;
- ✓ A área de um terreno de forma retangular.

A expressão de uma situação por meio de uma linguagem matemática, pode ser entendido como modelo matemático e depende de cada circunstância para ser compreendido como uma aplicação de boa qualidade. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) um modelo matemático

demanda um detalhamento na sua formulação, fazendo dele uma ferramenta fundamental para o avanço da ciência.

Seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questões ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.

Na ciência, a noção de modelo é fundamental. Em especial a Matemática, com sua arquitetura, permite a elaboração de modelos matemáticos, possibilitando uma melhor compreensão, simulação e previsão do fenômeno estudado (BIEMBENGUT & HEIN, 2005, p.12).

Qualquer formulação ou linguagem matemática usada para expressar uma situação problema descreve e caracteriza um modelo matemático. Isso não significa que o modelo é válido, pois deverá ser exposto a análise e confirmação de sua aplicabilidade, contudo sua representação necessita somente de termos comuns da matemática. Para (BIEMBENGUT, 1999), essa argumentação é compreendida em circunstâncias similares. O modelo é uma sequencia de expressões matemáticas que aproximam da realidade a ser descrita, porém isso nem sempre é possível ou é realizado. Segundo (BIEMBENGUT, 1999), um modelo

pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc. Por outro lado, quando se propõe um modelo, ele é proveniente de aproximações nem sempre realizadas para se poder entender melhor um fenômeno, e tais aproximações nem sempre condizem com a realidade. Seja como for, um modelo matemático retrata, ainda que em uma visão simplificada, aspectos da situação pesquisada (BIEMBENGUT, 1999).

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Entendendo a modelagem como uma ferramenta de ensino nas aulas de matemática e contemplando a ideia de que a modelação é etapa mais complexa, porém mais importante, vamos compreender o processo que leva ao aprendizado.

Todas etapas tem sua contribuição para o aprendizado e o conhecimento do aluno, contudo na modelação esse percebe suas limitações e a função da matemática na busca de respostas. Modelar é uma atividade contínua e difícil para docentes que iniciam suas pesquisas, a prática leva a experiência e isso faz a obtenção do modelo cada vez mais simples e claro, tanto para os alunos quanto para o professor. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) modelagem matemática é

o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, pois deve-se saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão a possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém, o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática.

A modelagem matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias.

Genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir (BIEMBENGUT & HEIN, 2005. P.12,13).

Para (BASSANEZI, 2002) a modelagem matemática é



um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2002).

De acordo com (BEAN, 2001),

a essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídos, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadas, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento (BEAN, 2001).

A obtenção de um modelo, isto é, o processo de modelagem, requer alguns procedimentos básicos e gerais no qual devemos cumprir. Essas etapas que permitem representar o “real” com o “ferramental” matemático (modelo matemático), para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), necessita uma interação que pode ser feita seguindo a seguinte dinâmica:

Figura 1. Dinâmica da modelagem matemática.



Fonte: BIEMBENGUT & HEIN, 2005.

a) Interação

- ✓ Reconhecimento da situação-problema;
- ✓ Familiarização com o assunto a ser modelado ⇒ referencial teórico.

b) Matematização

- ✓ Formulação do problema ⇒ hipóteses;
- ✓ Resolução do problema em termos do modelo.

c) Modelo matemático

- ✓ Interpretação da solução;
- ✓ Validação do modelo ⇒ avaliação.

Vamos detalhar um pouco as etapas:

a) Interação

O momento de escolha e compreensão do tema e/ou da situação observada na qual se deseja respostas. Nesse processo a pesquisa é fundamental e esta está ligada diretamente ao sucesso da modelagem, pois quanto mais se compreender e se inteirar do problema mais facilidade e entendimento da modelagem e do modelo o professor e os alunos terão.

Segundo (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) “embora esta etapa esteja subdividida em duas, *reconhecimento da situação-problema* e *familiarização com o assunto a ser modelado*, não obedece a uma ordem rígida tampouco se finda ao passar para etapa seguinte. A situação – problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados”

b) Matematização

Como já mencionado antes, essa etapa, é a mais complexa e desafiante e necessita de duas subetapas. Nessa parte que se formula e

descreve a situação em uma linguagem matemática. O conhecimento aliado com a criatividade, a intuição e as deduções são fundamentos essenciais para sucesso desse modelo.

Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) “o objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução”.

### c) Modelo Matemático

Para concluir o processo de modelagem, o modelo deve ser submetido a uma validação para se detectar em que instância ele converge para a situação real, gerando assim o grau de confiança de sua aplicação.

Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) “se o modelo não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa – Matemática – mudando-se ou ajustando hipóteses, variáveis etc”.

É importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as facetas do desenvolvimento, a fim de propiciar seu uso de forma adequada (BIEMBENGUT, 1999).

### 3 O ENSINO DE MATEMÁTICA HOJE

A tarefa do ensino de matemática hoje é manter vivo o movimento de ação e reflexão nas atividades realizadas em matemática, sejam elas no âmbito da sala de aula, sejam elas no cotidiano. Todo professor de matemática familiarizado com o mundo e sua evolução poderia questionar a afirmação anterior, indagando se isso não é o mínimo que se espera de um docente pesquisador de matemática? Contudo vivenciamos uma decadência de formação de cidadãos pensantes e críticos, e isso, na grade maioria das vezes, se deve por causa de duas vertentes: o desinteresse assustador de nossos alunos pelo conhecimento e a acomodação de muitos professores no que diz respeito a aprender e aprimorar-se para ensinar. Esta degradação pode ser evidenciada pelos baixos índices obtidos pelos alunos brasileiros em exames internacionais, como o PISA, que se repete há vários anos.

Segundo (SADOVSKY, 2010),

no modelo pedagógico atual, os professores mostram a utilidade das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento de aplicação: *definição, exercícios-modelos, exercícios de aplicação*. Nesse contexto, perguntas clássicas como “Para que serve isso, professor? De onde veio? Por que é assim?” revelam a inadequação do método de ensino, não permitindo, portanto, a oportunidade de desenvolver um trabalho intelectual mais profundo em sala de aula (SADOVSKY, 2010).

#### 3.1 A ATIVIDADE MATEMÁTICA NO ENSINO

Para (SADOVSKY, 2010), a matemática é um produto cultural e social. “Cultural, porque a cada momento suas produções são impregnadas de concepções da sociedade da qual emergem e porque condicionam aquilo que a comunidade de matemáticos concebe como possível e relevante” (SADOVSKY, 2010).

A atividade matemática é reflexo dessas concepções. Uma vez que usamos o cotidiano para contextualizar, ou o meio para nos fundamentar estamos condicionando a matemática a descobertas específicas da nossa realidade.

Entendemos que o conteúdo ou mesmo a linguagem abordada é universal, contudo a visão e aplicabilidade depende do meio estudado e vivido.

(SADOVSKY, 2010) defende que a matemática é também um produto social, “porque resulta da interação entre pessoas que se reconhecem como membros de uma mesma comunidade. As respostas dadas por alguns geram novos problemas que outros visualizam, e as demonstrações produzidas são validadas segundo as regras aceitas na comunidade matemática em certo momento”.

É difícil considerar uma situação ou atividade que não esteja de forma direta ou indireta ligada ao meio social e cultural. Isso se reflete também a forma que vemos a matemática e como a compreendemos. A ideia é fazer relações com o mundo corrente e associar o conhecimento adquirido com formas, padrões, códigos, sequencias, etc. situações do mundo real. Caso isso não ocorra, estamos formando “analfabetos funcionais” - pessoas que não tem a capacidade mínima de relacionar e interpretar o conhecimento adquirido com o mundo a sua volta.

Para (SADOVSKY, 2010), uma vez

que é a atividade matemática que nos interessa “produzir” em classe, vale lembrar que é preciso pensar em um processo de produção na sala de aula que considere as condições da instituição escolar, essencialmente distintas das que regem a produção de saberes da ciências. As ferramentas conceituais a que terão acesso são distintas das utilizadas quando esses conhecimentos “ingressam” na comunidade científica pela “mão” de matemáticos profissionais (SADOVSKY, 2010).

Muitos autores (TÍJONOV & KOSTOMÁROV, 1984) e (CHEVALLARD, 1989) concordam em descrever a atividade matemática como uma atividade de modelagem. Sucintamente, um processo de modelagem implica, em primeiro lugar, recortar determinada problemática em uma realidade em geral complexa, na qual intervêm muito mais elementos do que os que se vão considerar, para em seguida identificar um conjunto de variáveis relativas a essa problemática, produzir relações pertinentes entre as variáveis consideradas e transformar essas relações, utilizando algum sistema teórico-matemático, com o objetivo de produzir conhecimentos novos sobre a problemática em estudo.

Para (SADOVSKY, 2010), reconhecer uma problemática, escolher uma teoria para tratá-la e produzir conhecimento novo a respeito são três aspectos essenciais em uma atividade matemática e/ou do processo de modelagem.

### 3.2 NORMAS DO TRABALHO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Todo professor já se deparou com a situação que ele deve assumir o papel de mediador durante uma atividade matemática. Essa orientação se dá pelo fato de que ele sabe de antemão que alguns caminhos não surtirão efeitos, ou mesmo não levarão a conclusão alguma. Essas particularidades da mediação são normas internamente já estipuladas que executamos com naturalidade diante uma decisão, pois aprendemos com a experiência da prática. O que fazer e o que não fazer em uma atividade matemática regula o caminho e objetivos que queremos alcançar.

Por outro lado, existem situações que o conhecimento é limitado para uma decisão ou orientação a ser tomada. Para (SADOVSKY, 2010),

diante de alguma atividade de ensino de matemática, uma modelagem matemática, por exemplo, muitas vezes fica evidente que sua abordagem requer muito mais conhecimento do que o que se pode reconhecer como pertencentes ao campo teórico no qual ele se insere. Esses conhecimentos, em geral implícitos, regulam o trabalho matemático como se de algum modo ditassem o que é permitido fazer (e o que não é), o que convém fazer (e o que não convém fazer), a maneira de interpretar certos resultados. Muitos desses conhecimentos constituem o sistema de normas matemáticas, que alguém elaborou, como produto de sua prática. Algumas dessas normas podem ser conscientes, mas muitas não são e aparecem de repente, a propósito de uma questão que se está resolvendo, de maneira a condicionar as estratégias utilizadas (SADOVSKY, 2010).

Estamos propondo uma discussão que busque superar, revisar, matizar, delimitar, contextualizar certas concepções muito difundidas sobre o ensino da matemática. Não somos imparciais na maneira de aprender do aluno, nem mesmo isentos do conhecimento adquirido, essas concepções ocultam a complexidade inerente ao projeto dos outros. Os alunos que estão na escola

aprendem a produzir conhecimento de acordo com os métodos, a maneira de uma atividade matemática, uma forma de ensino ou mesmo a uma disciplina científica.

### 3.3 SALA DE AULA

O trabalho do docente de matemática requer um estudo matemático-didático daquilo que formará o seu objeto de ensino em cada momento. Quais problemas, propriedades, técnicas e formas de representação ele prestigiará, que assuntos fundamentará e como o fará são aspectos centrais que entram na esfera de sua análise. Pensar na sala de aula como um contexto no qual se desenvolve a atividade matemática requer também pensar em condições para que os alunos sejam levados a formar conjecturas, procurar formas de validá-las, produzir argumentos dedutivos, arriscar respostas para as questões que se formulam, criar formas de representação que contribuam para chegar às soluções que buscam, reformular e reorganizar os velhos conhecimentos à luz dos novos conhecimentos produzidos, generalizar as ferramentas que vão surgindo e também definir os seus limites(SADOVSKY, 2010).

Destacamos o papel do docente numa função essencial: a de formular problemas que emergem da produção específica da classe, mas que ele levanta tendo como referência a atividade matemática.

Para aprender, os estudantes, por sua vez, precisam assumir a tarefa de reconstrução matemática como um projeto pessoal. Isso implica que considerem suas resoluções como objeto de reflexão e que possam produzir teoria com base nelas.

## 4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Este capítulo é dedicado à apresentação da metodologia da pesquisa, dos procedimentos e instrumentos adotados para a investigação, o levantamento de dados e a análise de resultados de alguns especialistas.

### 4.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A metodologia de investigação empregada nesta pesquisa de estudo de caso foi de abordagem qualitativa. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa.

O estudo de caso de acordo com (LUCKESI, 2011) pretende “investigar como unidade, as características importantes para o objeto de estudo da pesquisa”.

Ainda segundo (VEIGA, 2006) estudo de caso é uma investigação empírica, um método que abrange tudo: planejamento, técnicas de coleta de dados e análise dos mesmos.

### 4.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Para responder às questões-foco desta pesquisa - *o que é modelagem? Como implementar a modelagem matemática no ensino de Matemática? Como o professor pode aprender modelagem matemática para poder ensinar?* - foram estabelecidos alguns objetivos que abordaremos de forma exploratória, para que possamos verificar se - *a oportunização de uma metodologia diferenciada, no caso a Modelagem Matemática, pode fazer com que alunos modifiquem concepções negativas sobre a Matemática, interessando-se pela disciplina, conscientizando-se de sua importância e reconhecendo sua utilidade.*

Assim, de forma específica, nosso foco se concentra em:



- ✓ Avaliar quais ocorrências de mudanças poderia acontecer nas concepções dos alunos sobre a Matemática, a partir do uso da Modelagem Matemática.
- ✓ Propor atividades de ensino de Matemática por meio da Modelagem Matemática para o ensino Fundamental.

#### 4.3 SUJEITOS DA PESQUISA

São sujeitos desta pesquisa algumas referências sobre Modelagem Matemática como ferramenta de ensino e a avaliação sobre o ensino de matemática no 9º ano do ensino fundamental. Escolhemos analisar a atividade de modelagem para alunos concluintes porque é suposto que esses tenham mais conhecimentos de ferramentas matemáticas, o que facilita a Modelagem. Essa pesquisa é puramente teórica de natureza básica onde o procedimento não se propõe a aplicação e análise de atividades, e sim o estudo de caso a bibliografias que visam explicar a influência da Modelagem Matemática como instrumento de ensino com foco no 9º ano do ensino fundamental.

#### 4.4 METODOLOGIA DE ANÁLISE

A Modelagem pode fazer parte do currículo de formas diferentes, não necessariamente ligada apenas à ideia de projetos. Outros tipos de atividades mais simples também são permitidos nessa modalidade, sendo que uma delas consiste em apresentar uma situação-problema, com todas as informações, para que os alunos a modelem e resolvam o problema proposto. Vamos analisar de forma mais detalhada como poderá ser inserida a Modelagem Matemática no ensino fundamental de forma a aproximar o aluno com as percepções e o mundo de aplicações de maneira motivadora.

#### 4.5 APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE E PROPOSTA

A Modelagem Matemática observada de forma instrumental terá aplicações e implicações no âmbito escolar. Essa análise de como a Modelagem pode influenciar o ensino de matemática resultará em propostas de atividades a serem aplicadas com alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os resultados dessas aplicações podem ser norteadores para futuros trabalhos nessa área de pesquisa.

## 5 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Entendendo a modelagem como uma das possibilidades de ferramenta de ensino nas aulas de Matemática e contemplando a ideia de que as atividades de modelagem, em suas diferentes perspectivas, podem ampliar a competência crítica dos sujeitos envolvidos, acreditamos ser essencial apresentar a compreensão de sua aplicação como uma ferramenta contínua de trabalho e não a visão de um projeto isolado e fragmentado das aulas de matemática.

Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), “há um consenso no que diz respeito ao ensino de matemática precisa voltar-se para a promoção do conhecimento matemático e da habilidade em utilizá-lo”.

(BIEMBENGUT & HEIN, 2005), afirma que

a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

Para verificar a modelagem matemática como uma ferramenta de ensino contínua em sala de aula é necessário considerar algumas etapas.

### 5.1 MODELAÇÃO MATEMÁTICA

Durante a modelação, alguns objetivos são essenciais, pois valida a ideia de uma ferramenta de ensino eficaz.

Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), “a modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo – modelagem. Pode valer como ferramenta de ensino – aprendizagem de Matemática em qualquer nível escolar”.

Os objetivos são:

- ✓ Aproximar uma outra área do conhecimento da matemática;

- ✓ Enfatizar a importância da matemática para formação do aluno;
- ✓ Despertar o interesse pela matemática antes da aplicação;
- ✓ Melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos;
- ✓ Desenvolver a habilidade para resolver problemas; e
- ✓ Estimular a criatividade.

Para implementar a modelação matemática sugerimos que o professor faça, inicialmente, um levantamento sobre os alunos: a realidade socioeconômica e o conhecimento matemático que possuem. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), esse levantamento denominado diagnóstico serve para planejar como desenvolver o conteúdo programático, como orientar os alunos na realização de seus modelos e como avaliar o processo.

Uma outra etapa importante é a da escolha do tema ou situação - problema. Para desenvolver o conteúdo programático utiliza-se de um tema, a ser transformado em modelo matemático. Este deve ser abrangente o suficiente para desenvolver o conteúdo programático e ao mesmo tempo ser interessante para não comprometer o estado motivacional dos alunos.

Segundo (BIEMBENGUT & HEIN, 2005),

no desenvolvimento do conteúdo o professor segue as mesmas etapas e subetapas do processo de modelagem, isto é: *Interação* – reconhecimento da situação problema e familiarização; *Matematização* – formulação e resolução do problema; e *Modelo Matemático* – interpretação e validação. Acrescendo ao processo, na etapa de *Matematização*, o desenvolvimento do conteúdo matemático necessário para a formulação e resolução e a apresentação de exemplos e exercícios análogos para aprimorar a apreensão dos conceitos pelo aluno descrevendo todas as etapas (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

Para uma melhor compreensão, (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), explica que cada etapa necessita de uma abordagem ampla, seguindo algumas orientações:

a) Interação

- ✓ É feita, inicialmente, uma breve exposição sobre o tema, permitindo certa delimitação do aluno com uma área em questão.
- ✓ Em seguida, faz-se um levantamento de questões, procurando instigar os alunos a participarem com sugestões.

b) Matematização

- ✓ Seleciona-se e formula-se uma das questões levantadas a fim de levar os alunos a proporem respostas.
- ✓ Quando necessário, propõe-se aos alunos que façam uma pesquisa sobre o assunto.
- ✓ Na medida em que se está formulando a questão, ao suscitar um conteúdo matemático para a continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a matemática necessária, retornando no momento adequando.
- ✓ Depois de desenvolver o conteúdo necessário e suficiente para responder ou resolver essa etapa da atividade, propõem-se exemplos análogos, para que o conteúdo não se restrinja ao modelo.
- ✓ Nesse momento, retorna-se à questão que gerou o processo, apresentando uma solução.

c) Modelo matemático

- ✓ A questão formulada, que permite a resolução da questão e de outras similares, pode ser considerada um modelo matemático.
- ✓ É o momento de avaliar o modelo matemático quanto à validade e importância.

Essas etapas geram um trabalho que objetiva-se principalmente em propiciar ferramentas os alunos para que eles possam modelar. Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005),

o trabalho de modelagem tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos. Os alunos escolhem o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao professor promover essa autonomia (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

Durante o processo de modelação, o ensino de matemática deve propiciar ao aluno:

- ✓ Sólida formação matemática;
- ✓ Capacidade para enfrentar e solucionar problemas;
- ✓ Saber realizar pesquisa;
- ✓ Capacidade de trabalhar em grupo.

Para isso, o professor pode adotar segundo (BIEMBENGUT & HEIN, 2005) uma teoria de avaliação que levem em conta dois aspectos principais:

- ✓ Avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor;
- ✓ Avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno.

Essa avaliação pode ser feita de duas formas: direta e indireta.

De forma indireta, por meio da observação, o professor pode avaliar o empenho do aluno quanto a participação, assiduidade, cumprimento das tarefas e trabalho em grupo.

De forma direta, através de provas, exercícios e/ou trabalhos, o professor deve levar em conta os critérios de produção e conhecimento matemático, produção de um trabalho de modelagem e extensão e aplicação do conhecimento.

## 5.2 MODELAGEM PARA O ENSINO

Existe uma diferença de se trabalhar modelagem para área da pesquisa e de usar a modelagem como metodologia de ensino-aprendizagem.

A modelagem matemática, como metodologia de ensino-aprendizagem parte de uma situação e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de conteúdos matemáticos e da pesquisa sobre o tema.

Diante disso, (BIEMBENGUT & HEIN, 2005), sugere que “devem ser feitas algumas adaptações que tornem possível a utilização da modelagem matemática com metodologia de ensino-aprendizagem sem, contudo, perder a linha mestra que é o favorecimento à pesquisa e posterior criação de modelos pelos alunos”.

(BIEMBENGUT & HEIN, 2005), reforça ainda que

Na modelação, o professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto. É imperativo que se tenham vários modelos à disposição para que se possa optar entre os modelos e não pelo modelo. O período do uso deste ou daquele modelo, em classe, o seu aprimoramento ou adaptação cabem ao professor e os seu bom senso (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

## 5.3 APRENDER PARA ENSINAR

Em qualquer processo ou atividade, o articulador da situação necessita de um planejamento bem estruturado e de muita conexão com o tema. Não há possibilidade de uma estruturação de bom nível sem uma quantidade significativa de dedicação, empenho e audácia. Nesse processo de implementação de modelagem matemática, a condição básica para o professor aprender para poder ensinar, se resume no nível de “atrevimento” e esforço disposto a colocar no planejamento, desenvolvimento e execução da atividade.

Para (BIEMBENGUT & HEIN, 2005),

A condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição de conhecer e aprender, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas. Um embasamento na literatura disponível sobre modelagem matemática, alguns modelos clássicos e sobre pesquisas e/ou experiências no ensino são essenciais (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

Vale ressaltar que um artigo contendo definições e/ou resultados positivos de trabalhos realizados com modelagem por outro professor não são suficientes para se pôr em prática e garantir o sucesso da atividade, com todos os objetivos alcançados. Habilidade e segurança só se ganham com a experiência. Uma experiência que deve ser feita de forma gradual, em consonância com o tempo disponível que se tem para planejar, porém com continuidade e não esporadicamente.

Acreditamos que a cada nova proposta de modelagem o resultado será cada vez mais satisfatório e valerá como incentivo na aplicação de uso como ferramenta de ensino.

#### 5.4 DIAGNÓSTICO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

Apresentamos, nessa parte, pela literatura, resultados e opiniões de pesquisadores que consideram a modelagem matemática uma sólida e eficaz ferramenta de ensino. No Brasil e no mundo, muitos trabalhos experimentais, utilizando a modelagem como essência vêm sendo abordados no ensino – aprendizagem, desde o ensino fundamental até em cursos de formação de professores e estes tem se mostrado uma tendência funcional, isto é, uma estratégia eficaz no ensino de matemática.



Tabela 1. Diagnóstico de trabalhos científicos

Pesquisador(es)	Título do Trabalho	Diagnóstico
Maria Salett Biembengut Nelson Hein	Livro: Modelagem Matemática no Ensino	“A adoção de modelos matemáticos no ensino é um meio que propicia ao aluno atingir melhor desempenho, tornando – o um dos principais agentes de mudanças.”
Flávia Dias Ribeiro	Livro: Jogos e Modelagem na Educação Matemática	“A modelagem matemática destaca-se como uma das possibilidades de ensino por meio de projetos, tendência que vem se destacando em várias pesquisas com resultados significativos no ensino – aprendizagem.
Maria Carolina Magnus	Dissertação de Mestrado - Modelagem Matemática em Sala de Aula: Principais Obstáculos e Dificuldades em sua Implementação.	“A formação inicial de professores de matemática precisa abrir margens ao que vem sendo discutido e pesquisado na área da Educação Matemática. É preciso uma política educacional que se preocupe com a formação docente. Que busque formas de proporcionar cursos para que os professores estejam sempre estudando e aprendendo formas “diferentes” de ensinar. A modelagem matemática é uma dessas forma.”

Cláudia Regina Cofortin Viecili	Dissertação de Mestrado - Modelagem Matemática: Uma Proposta para o Ensino de Matemática	“Esta proposta de trabalho é viável por fazer uma representação integrada do campo de atividades cognitivas, porque as atividades estão ligadas à realização de tarefas, orientadas por objetivos e se baseiam em uma representação da situação. Além disso, ao utilizar a Modelagem Matemática, o professor mantém um clima de certa liberdade e descontração, estimulando a participação e a criatividade individual. Dessa forma, obtém-se resultados satisfatórios em relação ao aprendizado de Matemática.”
Clarissa Trojack Della Nina	Dissertação de Mestrado - Modelagem Matemática e Novas Tecnologias: Uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática	“Considero que a modelagem matemática mostrou ser possível proporcionar experiências matemáticas significativas, úteis e estimulantes, envolvendo a escolha de um tema, investigação, formulação de hipóteses, criação de um modelo, ou mesmo Matematização de uma situação. Mostrou, além disso, como um trabalho pode levar a uma mudança das concepções dos alunos

		em relação à Matemática e, até, de perspectiva sobre o que consideram ser o seu papel e o do professor, no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina.”
Fabiana Mattei	Dissertação de Mestrado - A Modelagem como Ferramenta para a Construção de Conhecimentos Matemáticos	“A Utilização da Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem destaca as habilidades do aluno para a realização e o desenvolvimento das atividades de pesquisa e esta se torna uma estratégia diferenciada para envolver os alunos e promover seu interesse pelo conhecimento.”
Everaldo Silveira	Tese de Doutorado - A Modelagem em Educação Matemática na Perspectiva CTS	“Apresenta-se, porém, adequada ao que pensamos ser um direcionamento que faz uso da potencialidade da Modelagem para inserir a Matemática escolar nas discussões de questões ligadas às contradições e complexidades sociais. A partir desse momento, cabe-nos, com o auxílio de dados provenientes de aplicações da proposta, apontar direcionamentos para a evolução e consolidação da Modelagem na perspectiva CTS. Essa seria uma maneira de enxergar o ensino e aprendizagem de

		Matemática muito além da forma expressa nos dias atuais, isto é, enxergá-la como mais uma ferramenta à disposição do indivíduo engajado politicamente.”
--	--	---

De modo geral, as colocações mencionadas pelos autores contemplam e confirmam uma tendência estratégica de ensino – aprendizagem diferenciada com resultados de ensino consolidados. Isso implica afirmar que é possível vislumbrar o sucesso das atividades que iremos propor se a abordagem proposta pelo professor estiver atrelada a uma ação educativa comprometida com o desenvolvimento da autonomia dos alunos, no sentido de uma formação na cidadania e no seu conhecimento e interpretação do mundo.

## 6 MODELO PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Este trabalho traz uma sugestão de atividade para o ensino de Matemática utilizando atividade de Modelagem Matemática. Essa sugestão é uma adaptação da Dissertação do Mestrado Profissional em Educação Matemática do programa de pós-graduação da Universidade Federal de Ouro Preto, intitulada “Utilizando a Modelagem Matemática no processo de ensino para a aprendizagem no 9º ano do Ensino Fundamental sob uma perspectiva de Educação Matemática sócio-construtivista-interacionista”, do Prof. Ms. Laércio Conceição Pedrosa Nogueira.

### 6.1 EXPLORANDO A PLANTA BAIXA DE UMA CASA

Vamos mostrar que um tema como a planta baixa de uma casa pode ser fragmentada e explorada de forma a atender o conteúdo a ser trabalhado. Existem várias perguntas e análises que podemos fazer sobre um tema assim. A proposta não é transformar o processo de modelagem em um projeto de médio ou longo prazo. A ideia é mostrar ao professor que a modelagem pode ser trabalhada de em quase todas as aulas fazendo pequenos modelos para atender o conteúdo em questão. Compreenderemos que podemos indagar de forma particionada ou não.

Para a construção de uma casa são necessários: terreno, mão – de – obra, material, desenho, isto é, planta baixa, entre outras.

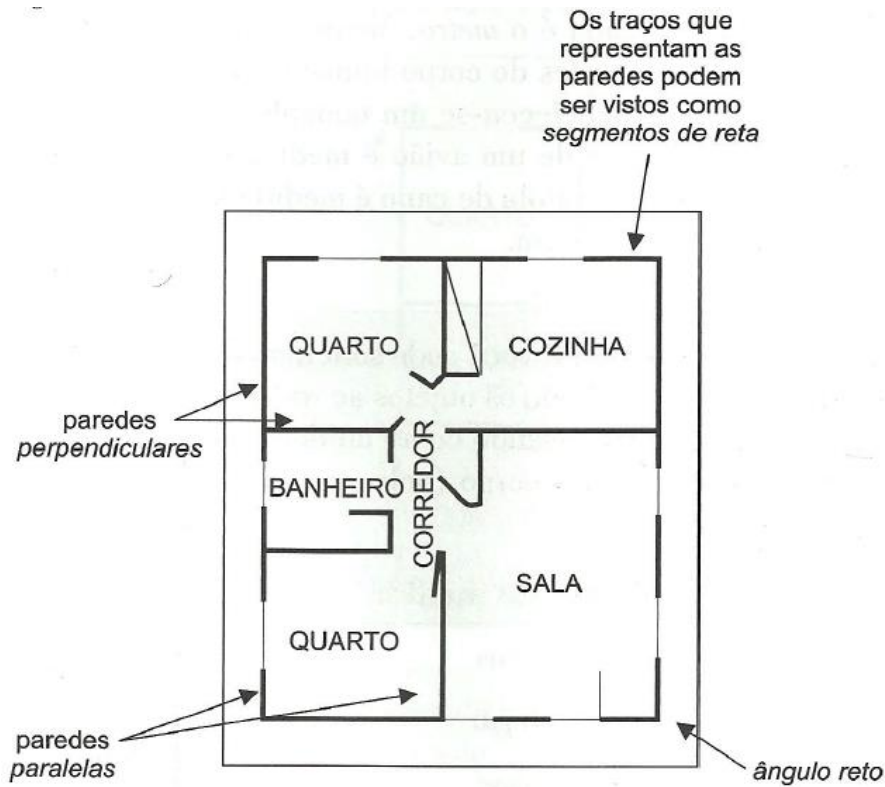
Vamos começar o trabalho com a discussão informal com os alunos sobre construção de casas para verificar o que sabem a respeito. Em seguida, proponha aos alunos que façam um esboço de uma planta baixa de sua casa. Podemos fazer o uso destes esboços para apresentar os primeiros elementos de geometria.

✓ *Como fazer uma planta baixa de uma casa?*

Para se fazer uma planta baixa, o primeiro passo é garantir que os segmentos que representam as paredes estejam paralelos e/ou

perpendiculares, caso a forma interna seja quadrilátera. As portas e janelas também devem estar indicadas.

Figura 2. Planta baixa de casa.



Fonte: BIEMBENGUT & HEIN, 2005.

Os conceitos podem ser introduzidos a partir de questionamentos aos alunos sobre suas dificuldades na elaboração dos desenhos, levando-se, dessa forma, a aprender o conteúdo como uma ferramenta necessária.

✓ *Como o construtor sabe o tamanho da casa que se quer construir?*

O construtor executa uma obra por meio da planta, que deve ser semelhante à casa que se quer construir, porém reduzida. O processo utilizado para reduzir ou aumentar um desenho, sem alterar a forma, é denominado escala.

Para isso, podemos fazer assim:

$1 \text{ cm da planta} \Rightarrow 1 \text{ m da casa ou } 1:100 \text{ (escala de 1 por 100)}$

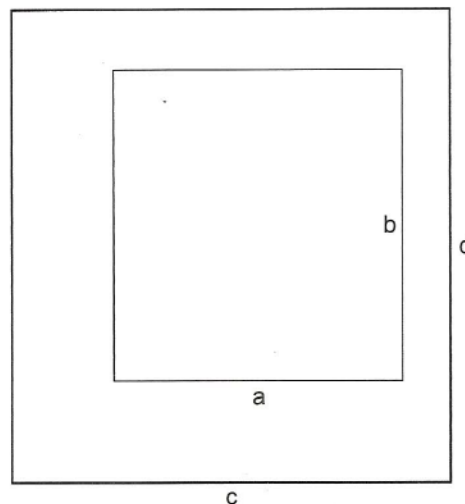
O assunto escala pode ser abordado em qualquer nível de ensino, pois os alunos desde as séries iniciais tem noção de proporcionalidade.

✓ *Qual é a medida do terreno? Qual é a medida da casa?*

A área de uma figura geométrica plana é o número que expressa a “medida” da superfície dessa figura numa certa unidade.

Vamos supor que tenhamos um terreno retangular de  $c$  metros por  $d$  metros, e queremos construir uma casa de  $a$  metros por  $b$  metros.

Figura 3. Planta retangular terreno - casa



Fonte: BIEMBENGUT & HEIN, 2005.

$$\text{área da casa} = a \cdot b \text{ m}^2$$

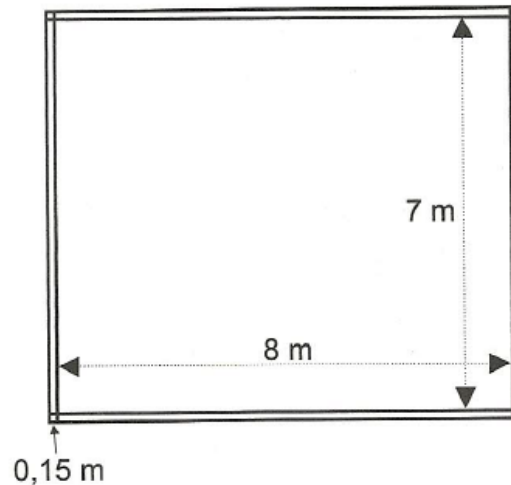
$$\text{área do terreno} = c \cdot d \text{ m}^2$$

Usando a planta baixa você pode passar a discutir com os alunos sobre a parte do terreno que a casa ocupará e introduzir o conceito de medida de superfície plana, propondo os cálculos das áreas dos cômodos, da casa, do terreno.

✓ *Área útil e área construída: como relacioná-las?*

Para exemplificar, façamos um esboço de uma planta baixa de forma retangular, supondo que as medidas internas sejam 7m e 8m, respectivamente, e a espessura da parede seja de 0,15m.

Figura 4. Planta de um cômodo



Fonte: BIEMBENGUT & HEIN, 2005.

Temos que:

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= \text{área útil (interna)} + \text{área ocupada pelas paredes} \\ &\quad + \text{área ocupada pelas colunas} \end{aligned}$$

Logo,

$$8,3 \cdot 7,3 = 8 \cdot 7 + 2 \cdot (0,15 \cdot 8) + 2 \cdot (0,15 \cdot 7) + 4 \cdot (0,15 \cdot 0,15)$$

Ou ainda,

$$[8 + 2 \cdot (0,15)] \cdot [7 + 2 \cdot (0,15)] = (7 \cdot 8) + 2 \cdot [7 \cdot (0,15) + 8 \cdot (0,15)] + 4 \cdot (0,15^2)$$

Se associarmos as medidas numéricas de forma generalizar, podemos obter um modelo.

$$8m = a$$

$$7m = b$$

$$0,15m = c$$

Substituindo na expressão numérica acima, obtemos uma expressão algébrica que nos sugere um produto entre polinômios.

$$(a + 2c) \cdot (b + 2c) = (ab) + 2(bc + ac) + 4(c^2)$$

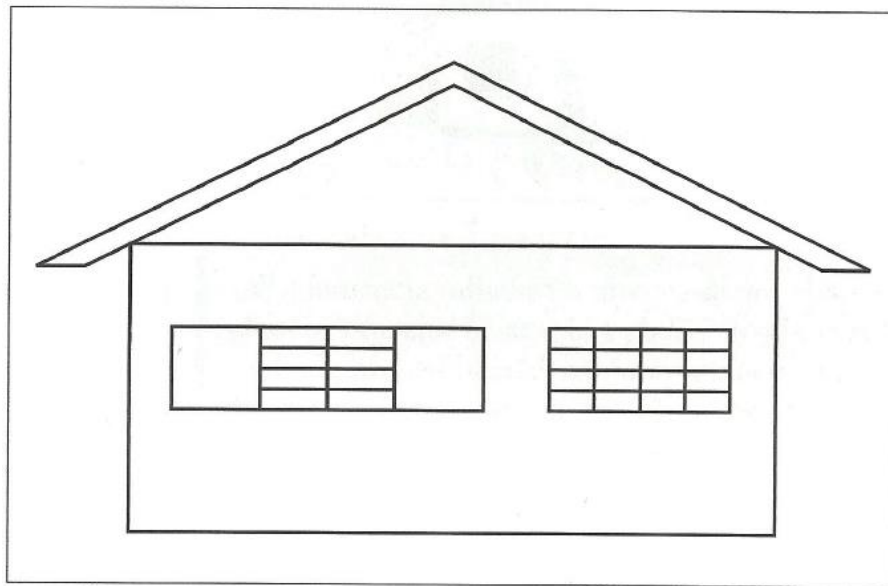


Para encerrar essa etapa, você pode propor que os alunos façam outra planta baixa, agora, contendo as outras especificações. Este momento pode ser usado como avaliação.

✓ *Como calcular a quantidade de tijolos de uma parede?*

Vamos tomar uma parede como exemplo com as seguintes medidas: 3m de altura, 6m de comprimento e duas janelas de 1m × 1,5m.

Figura 5 . Parede da frente



Fonte: BIEMBENGUT & HEIN, 2005.

Assim,

*área da parede = área total – área das janelas*

*área da parede = (3 · 6) – 2 · (1 · 1,5)*

*área da parede = 18 – 3 = 15m<sup>2</sup>*

Por outro lado um tijolo comum segue as seguintes especificações: 5cm × 20cm ou 0,05m × 0,2m.

Daí,

*área da face do tijolo = 0,05 · 0,2*

*área da face do tijolo = 0,01m<sup>2</sup>*

Fazendo a divisão da área da parede pela área ocupada pela da face do tijolo temos o total aproximado de tijolos, desconsiderando a área utilizada entre os tijolos com a massa de colagem.

$$\text{área da parede} \div \text{área da face do tijolo} \cong \text{total de tijolos}$$

$$15m^2 \div 0,01m^2 = 1500 \text{ tijolos}$$

Desta mesma forma podemos encontrar o número aproximado de pisos, telhas, azulejos, etc.

## 6.2 CONSTRUINDO UM CURRAL

Um fazendeiro quer construir um curral retangular. Para cerca-lo, dispõem de 400m de arame e uma parede já existente. Sabendo que a cerca de arame terá 4 voltas, como podemos construir esse curral de forma que sua área seja a maior possível?

Vamos considerar que:

$$x = \text{lado menor}$$

$$y = \text{lado maior}$$

Considerando o a parede existente esteja no lado maior do curral, então a quantidade de arame utilizada em cada volta será de:

$$4(2x + y) = 400$$

$$2x + y = 100$$

$$y = 100 - 2x$$

Logo a área desse curral é dado por:

$$A = x \cdot y$$

$$A = x \cdot (100 - 2x)$$

$$A = 100x - 2x^2$$

Dessa forma o lado menor  $x$  medirá:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{100}{2 \cdot (-2)}$$

$$x_v = 25 \text{ metros}$$

E o lado maior medira:

$$y = 100 - 2x$$

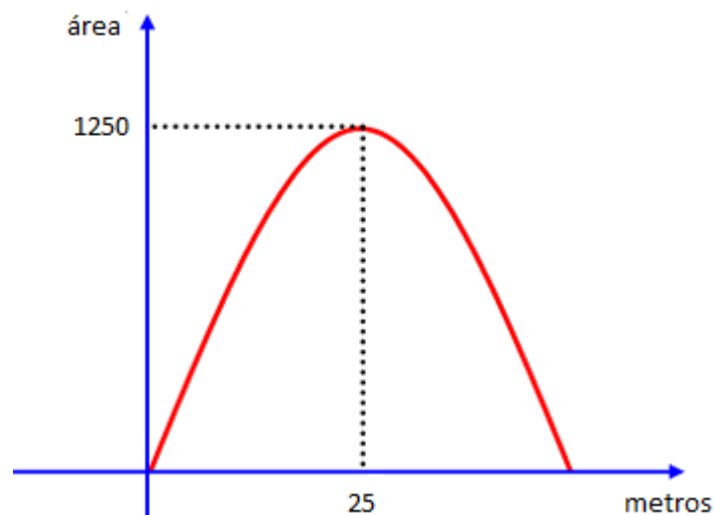
$$y = 100 - 50$$

$$y = 50 \text{ metros}$$

Podemos interpretar esse problema como um processo de modelagem. Com isso os alunos analisam e compreendem que quase todas as situações a sua volta podem ser traduzidas em uma linguagem matemática e esta traz soluções e conclusões.

Graficamente podemos mostrar a importância do que essa linguagem transmite.

Figura 6. Parábola



Fonte: Cabri Geometre

### 6.3 ABORDAGEM EM SALA DE AULA

Segue então uma sugestão de abordagem para uma aula de modelagem usando o tema planta baixa exposto acima como referencial.

No início é o momento de apresentar aos alunos a atividade. Inicialmente, pode ser feita uma leitura da proposta, na qual deve-se orientá-los do que se trata e de como poderá ser desenvolvida cada etapa. Deve-se esclarecer que é muito importante a participação de todos, mas que essa participação só ocorrerá mediante livre e espontânea vontade de cada um deles.

Após receber o aceite dos participantes da pesquisa, pode-se propor a eles a formação de grupos para facilitar a realização das atividades. O ideal é que eles tenham liberdade para formar os grupos de acordo com a afinidade e com o consentimento de todos os integrantes.

O próximo passo consiste de um diálogo com os participantes, no qual pode-se apresentar algumas perspectivas e definições sobre Modelagem Matemática. As atividades deverão ser desenvolvidas tendo como parâmetros, cinco etapas distintas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da(s) solução(es). Salientamos que cada etapa deve ser esclarecida, quando conveniente.

Esse é o momento de iniciar a etapa da escolha do tema e, para dar um suporte e oferecer um maior número de informações aos participantes. Como o tema aqui sugerido é a planta baixa de uma casa, deve-se estimular o interesse dos alunos para o tema, dando oportunidade de que eles, em casa, pensem em situações-problemas ligadas à planta baixa de uma casa.

Com o tema escolhido, é a hora de orientar os participantes da pesquisa para a realização da segunda etapa: a pesquisa exploratória. Então, no quarto encontro, deve-se procurar esclarecer a todos os participantes sobre o que seria uma pesquisa exploratória nessa perspectiva e, em especial, como eles poderão realizar a sua pesquisa. Deve-se solicitar a eles, buscar materiais e dados teóricos que possam fomentar a pesquisa, pois quanto maior é o número de dados coletados, mais condições se tem para subsidiar o seu desenvolvimento. É importante dar a oportunidade a todos para que possam fazer perguntas e com isso, resolver possíveis dúvidas.

Aproveitando o envolvimento dos participantes, procure esclarecer que eles devem pesquisar o máximo possível sobre o tema escolhido; que essa pesquisa pode ser feita na internet, com pessoas que entendem do assunto da pesquisa, em livros; enfim, que eles procurem saber tudo sobre o tema escolhido.

Buscando ser um mediador, pode-se fazer algumas sugestões que possam orientar a pesquisa exploratória. Mas, deve-se deixar bem claro que

pode-se utilizar outros recursos e outras fontes para a pesquisa. O que importava é que todos procurem saber ainda mais sobre o tema escolhido e que isso é uma importante e enriquecedora ferramenta para o prosseguimento das atividades. Então, pode-se sugerir que eles procurem:

- ✓ a planta da própria casa ou de outra casa;
- ✓ visitar uma imobiliária e entrevistar os proprietários ou funcionários;
- ✓ entrevistar um engenheiro ou um arquiteto;
- ✓ conversar com os pais;
- ✓ pesquisar na internet;
- ✓ observar questões financeiras relacionadas aos preços de um lote, dos materiais;

Os participantes da atividade podem expor para seus colegas tudo aquilo que conseguiram levantar durante a pesquisa exploratória. Pode-se acordar que os membros de cada grupo devem fazer a apresentação e os demais podem fazer os questionamentos que julgarem necessário.

Buscando levá-los a relacionar o tema escolhido com a Matemática, faça alguns questionamentos aos grupos. Pergunte se, a princípio, o tema poderia ser considerado não matemático, mas se, ao analisá-lo mais detalhadamente, eles puderam perceber a presença da Matemática nele. Solicite que eles expressem o que perceberam de Matemática nesse tema.

É interessante solicitar para esse momento, que os participantes tragam uma cópia de uma planta baixa; se tivessem a planta baixa de sua casa, melhor. Os grupos podem começar a analisar as medidas na planta baixa com uma régua e fazer questionamentos e inferências iniciais.

Após propõe-se fazer alguns esclarecimentos sobre a etapa de Levantamento do(s) problema(s). Aproveite a oportunidade e converse com os participantes sobre como desenvolver essa etapa que, na realidade, já terá sido iniciada quando da apresentação da pesquisa exploratória. Oriente que eles devem levantar questões / situações-problema sobre o tema escolhido que possam continuar a ser debatidas e que sejam de seu interesse investigar.

O momento seguinte tem como objetivo a apresentação das questões / situações-problema coletadas pelos participantes sobre o tema

escolhido. Volte a esclarecer sobre a importância dessa etapa, mostrando que essa fase da Modelagem é muito rica, pois desenvolve no participante a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, de questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema.

Aproveite a oportunidade para tentar motivá-los, apresentando os benefícios de trabalhar com a Modelagem Matemática e que ela pode ser considerada como uma ferramenta que facilita o processo de ensino para a aprendizagem da Matemática e assim, os participantes tem a possibilidade de construir novos conhecimentos. Mas tenha consciência de que ninguém nega a importância da matemática na vida das pessoas, mas poucos conseguem relacionar o conteúdo aprendido na escola com questões encontradas no cotidiano.

Algumas questões / situações-problemas, sendo algumas relacionadas com a Matemática e outras nem tanto, que podem aparecer são:

- ✓ Como interpretar a escala de uma planta baixa?
- ✓ Quanto se gasta, em média, para construir uma casa?
- ✓ Qual é a área das diferentes formas geométricas?
- ✓ Como é possível saber o quanto de material que será usado na construção?
- ✓ As figuras geométricas apresentadas na planta baixa são quadrados e retângulos (quadriláteros). Quais são as principais características dessas figuras?
- ✓ Qual é a área e o perímetro de cada cômodo?
- ✓ Como podemos classificar as retas que formam a planta baixa?
- ✓ Como sabemos o tanto de material de construção que iremos usar em uma obra?
- ✓ Quais materiais são usados para realizar uma construção?
- ✓ Ao abrir a porta de dois cômodos, que figura geométrica iremos formar? Quais são as características dessa figura?
- ✓ Na laje da casa, qual unidade de medida será utilizada?

- ✓ Para construir um metro cúbico de laje, quais materiais de construção serão utilizados e qual a quantidade de cada um deles?
- ✓ Como passar de uma planta baixa para uma obra?
- ✓ Como os fios de luz são passados pela parede?
- ✓ Quais são os ângulos mais utilizados na planta baixa?
- ✓ Como devemos proceder para calcular a quantidade de cerâmica utilizada em cada cômodo da casa?
- ✓ Qual é a relação existente entre as medidas utilizadas na planta baixa e as medidas reais dos cômodos?
- ✓ Por que são tão necessários tanto detalhes em uma planta baixa?
- ✓ Para fazer uma planta baixa, tem que saber as medidas do lote, terreno? Mas, a planta baixa tem limite, sim ou não?
- ✓ Por que cada cômodo tem que ter uma medida específica e não todas iguais?
- ✓ Como se entende a espessura de uma casa?
- ✓ Como sabemos que a planta baixa está certa, de acordo com o terreno?
- ✓ Como um pedreiro ou um engenheiro analisa a planta baixa de uma casa para iniciar a obra?
- ✓ Como fazer uma planta baixa?
- ✓ Quanto se gasta em dinheiro, mais ou menos, para fazer uma casa?

Terminadas as apresentações, agora se inicia o momento em que participantes começam a pensar como as questões podem ser respondidas e/ou como podem ser resolvidas as situações-problema por eles enumeradas.

Inicia-se a etapa de resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Em geral, os alunos ainda não têm os conhecimentos necessários para o desenvolvimento dessa etapa.

Nessa etapa, é hora de despertar nos participantes as condições necessárias para resolver os problemas levantados na etapa anterior, com o auxílio dos conteúdos matemáticos.

Levando em consideração que, em geral, são várias as questões / situações-problemas, busque organizá-las de forma a facilitar sua resolução. Nesse encontro, então, discuta algumas questões / situações-problema apresentadas anteriormente pelos participantes sobre o tema escolhido.

Ao longo deste trabalho, pode-se solicitar aos participantes que eles utilizem os livros didáticos e procurem algo que lhes auxilie e lhes esclareça melhor sobre eventuais dúvidas sobre o assunto.

Dentro da etapa de resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático, os participantes podem realizar, em grupo, atividades específicas dentro do tema.

Procure sempre, ao longo desses encontros, conversar com os participantes sobre possíveis conteúdos matemáticos que podem auxiliá-los na compreensão e respostas de algumas questões / situações-problemas. Além disso, tente mostrar aos participantes a importância de uma planta baixa.

A última etapa da Modelagem Matemática, a análise crítica das soluções. Aproveite a oportunidade para conversar com os participantes sobre as atividades desenvolvidas, pois é o momento no qual todos os grupos socializam as soluções que encontraram para cada item dessas atividades e discutem se essas soluções estão corretas ou não. Eles também devem discutir os procedimentos que utilizaram para alcançar essas soluções e, com isso, demonstrar certa criticidade sobre o assunto. Em geral, pode-se observar se os participantes ficaram satisfeitos com os resultados obtidos, mesmo não tendo conseguido, eventualmente, resolver alguns itens das atividades.

Por fim é o momento onde se propicia a continuidade da análise crítica das soluções. Nesse encontro, os participantes já estarão mais familiarizados com as possibilidades apresentadas por essa etapa da Modelagem e certamente as discussões serão bastante produtivas pois, em geral, os grupos estarão mais descontraídos e, com isso, podem expressar melhor aquilo que conseguiram resolver e os procedimentos utilizados para obterem as soluções.



## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, abordou-se a possibilidade de ensino por meio da modelagem matemática, uma tendência que vem se destacando em várias pesquisas, publicações e discussões no âmbito das escolas. Procura-se contemplar a ideia de ferramenta de ensino altamente significativo no processo de ensino aprendizagem nas escolas, bem como suas diferentes etapas, desde a escolha do tema como ponto de partida da atividade, até a retomada de toda a modelagem, com o chamado retrospecto, no sentido de avaliar o que se aprendeu e apontar possíveis encaminhamentos futuros.

Devemos considerar também que, nem todo processo de modelagem consegue atingir todos os aspectos matemáticos. Porém fazer aproximações e trabalhar com essas limitações são essenciais para sucesso do ensino-aprendizagem. Nem sempre temos condições ou conhecimento para fazermos todas as análises possíveis, contudo o ato de aproximar, investigar e julgar o que é passível de análise é uma habilidade fundamental no meio científico. Várias situações fogem do nosso domínio, então fazemos “recortes” com o que podemos e conhecemos no estudar. Enfatiza-se que, a habilidade de observar obstáculos e reconhecer seu alcance em uma atividade de modelagem é uma demonstração de aprendizagem.

Concluimos que, se queremos estudantes cada vez mais motivados, participando de forma satisfatória da construção do conhecimento, um dos meios é a utilização da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, de modo que as atividades de Modelagem Matemática “satisfazem as necessidades de um ensino de Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente” (BIEMBENGUT & HEIN, 2005).

É fato corrente que, o estudante deve ter uma participação verdadeiramente ativa no processo de ensino para a aprendizagem da Matemática. Percebendo a sua utilização no cotidiano, identificando que os conceitos e conhecimentos matemáticos construídos podem servir para transformar o mundo em sua volta e desenvolvendo a capacidade de selecionar dados, organizar informações, elaborar hipóteses, formular questionamentos,

avaliar resultados e emitir opiniões e sugestões que contribuam para a tomada de novos rumos nesse processo de ensino para a aprendizagem.

Com isso em mente, a fim de propormos um tema prático, adaptamos uma proposta de modelagem seguindo as três etapas fundamentais da modelagem no ensino – modelação: *interação*, *Matematização* e *modelo*. Cabe ao professor acrescentar ou excluir tópicos matemáticos de acordo com os objetivos que espera alcançar.

Por fim, através do que foi exposto, da catalogação dos relatos de vários especialistas apresentados na tabela da secção 5.4 e de nossa experiência concluímos que a Modelagem Matemática é uma excelente ferramenta para concretizar esses objetivos, proporcionando contribuições à aprendizagem e à formação integral dos nossos estudantes.

## REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

SADOVSKY, Patricia. **O ensino de matemática hoje – enfoques, sentidos e desafios**. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2010.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. 1. Ed. São Paulo: Saraiva. 2009.

GRANGER, Gilles-Gaston. **A Razão**. 2. Ed. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1969.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem matemática & implicações no ensino aprendizagem de matemática*. Blumenau: Editora da FURB, 1999.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da Aprendizagem: Componente do Ato Pedagógico**. Cortez. 2011.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro. **Técnicas de Ensino – Novos Rumos**. Papyrus. 2006.

POZO, Juan I.; CRESPO, Miguel A.G. **A Aprendizagem e o Ensino de Ciências**. 5ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

MATTEI, Fabiana. **A Modelagem como Ferramenta para a Construção de Conhecimentos Matemáticos**. Dissertação de Mestrado ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro universitário UNIVATES, Lajeado, 2012.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. **Modelagem Matemática: Uma Proposta para o Ensino da Matemática**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.

TIJONOV, A & KOSTOMÁROV, D. **Conferencias de introdución a las matemáticas aplicadas**. Moscou: Editorial Mir. 1984.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique; du savoir au savoir enseigné**. La Grenoble: La Pensée Sauvage. 1985.

ADLER, Irving. **Matemática e desenvolvimento mental**. Tradução: Anita Rondon Berardinelli. São Paulo: Editora Cultrix, 1970.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelação matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Dissertação de mestrado – Unesp, 1990.

MAGNUS, Maria Carolina Machado. **Modelagem matemática em sala de aula: Principais obstáculos e dificuldades em sua implementação.** Dissertação de mestrado – UFSC, 2012.

VIECILI, Cláudia Regina Confortin. **Modelagem matemática: uma proposta para o ensino da matemática.** Dissertação de mestrado - PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL, 2006.

NINA, Clarissa Trojack Della. **Modelagem Matemática e novas Tecnologia: Uma alternativa para a mudança de concepções em Matemática.** Dissertação de mestrado - PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL, 2005.

SILVEIRA, Everaldo. **A modelagem em educação matemática na perspectiva CTS.** Tese de doutorado – UFSC, 2014.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática.** Tese de doutorado – UFSC, 2012.

ALVES, E.M.S. **A ludicidade e o ensino da matemática.** Campinas: Papirus, 2001.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2004.

BEAN, D. **O que é modelagem matemática? Educação Matemática em Revista,** São Paulo, ano 8, n. 9-10, p. 49-57, abril. 2001.

Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná – DCE, 2008 – **Diretrizes Curriculares da Educação Básica.** Acesso em 25/02/2016 as 16h25min.

[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce\\_edf.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_edf.pdf),