UNIVERSIDADE FEDERAL DA INTEGRAÇÃO LATINO-AMERICANA
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA PARA SÉRIES FINAIS – ENSINO FUNDAMENTAL – 6° ao 9° ANO

APLICAÇÃO DA ASTRONOMIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

ANGELO CEZAR LUCIZANI

.

Foz do Iguaçu

2016

ANGELO CEZAR LUCIZANI

APLICAÇÃO DA ASTRONOMIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito final para obtenção do grau de especialista em ensino de Ciências e Matemática para Séries Finais: Ensino Fundamental- 6° ao 9° ano da UNILA – Universidade Federal de Integração Latino- Americana sob orientação do Professor Dr. Abraão Jessé Capistrano de Souza.

FOZ DO IGUAÇU

2016

ANGELO CEZAR LUCIZANI

APLICAÇÃO DA ASTRONOMIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Latino-Americano de Ciências da Vida e da Natureza da Universidade Federal da Integração Latino-Americana, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências e Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____

Orientador: Prof. Dr Abraão Jessé Capistrano de Souza

UNILA

____

Prof. Esp. Janer Vilaca

Pólo Astronômico Casimiro Montenegro Filho/ PTI

Foz do Iguaçu, 19 de Março de 2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me deu forças para continuar os estudos. Como também, aos meus pais, familiares e amigos que sempre me apoiaram nessa busca pelo conhecimento.

Nessa trajetória tive o apoio de todos os professores de especialização. Em especial o meu orientador Abraão Jessé Capistrano de Souza.

Quero agradecer a todos os amigos que fiz durante nesse período de especialização. São eles: Luciane Thiene, Ingrid Nuemberg e Adrielli Vanessa Minuceli de Paiva e Patrícia Fernandes Mendonça. Cada um do seu jeito me incentivou aprimorar-me e melhorar sempre.

¨Sem a matemática, não poderia haver astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.” (Amoroso Costa)

RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade mostrar algumas situações problema envolvendo a Matemática e Astronomia. Desde os tempos mais remotos, a Matemática e a Astronomia já se interligavam, os povos utilizaram elementos da geometria e trigonometria para desenvolver alguns estudos da astronomia, como por exemplo: a distância da Terra-Sol; circunferência da Terra, entre outros. Os conceitos Matemáticos foram ferramenta importante no desenvolvimento da Astronomia, e na atualidade o ensino da Astronomia pode ser uma forte aligada no ensino aprendizagem dos discentes, juntando com as tendências matemática como: Resolução de problema e História da Matemática. O ensino da trigonometria e geometria pode ser mais interessante quando o professor não fica restrito somente em fórmulas e conceitos.

Palavra Chaves: Astronomia, Matemática, Geometria, Trigonometria.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como pesquisa a aplicação da astronomia no ensino de matemática, motivando os discentes no ensino aprendizagem, buscando conceitos da astronomia para introduzir os conteúdos de geometria plana e trigonometria, com situações do cotidiano do aluno. Por muito tempo o ensino da matemática foi tradicionalista, onde o professor repassava o que estava escrito no livro para seus discentes. Em especial o ensino da geometria e trigonometria foi sempre apresentado para os alunos como conceitos e propriedades e cálculos, esquecendo-se de mostrar as aplicações da geometria e trigonometria, gerando uma defasagem no ensino-aprendizagem do aluno e o desinteresse pelo conteúdo. Podemos mostrar que os dois conteúdos podem ser aplicados em diversas áreas do conhecimento, em especial na astronomia.

Desde a pré-história já se encontrava vestígios da astronomia, nos sítios megalíticos, e os alinhamentos de Carnac, que era utilizado como referências e pontos do horizonte. Na Mesopotâmia ocorreu uma das primeiras aplicações da matemática para verificar os movimentos da lua e dos Planetas. Os gregos desenvolveram métodos geométricos e filosóficos, pensamento geocêntrico, que dizia que a terra era o centro do universo, como passar do tempo Copérnico descreveu o pensamento heliocêntrica, onde a terra girava em torno do sol. A partir de nossos ancestrais a matemática começava, então, a ser desenvolvida, tendo uma parte fundamental na construção da astronomia, em especial trigonometria e a geometria. A geometria e a trigonometria já estavam presentes na pré-história, e no decorrer do desenvolvimento cultural e social foram surgindo vários especialistas. Com nossos ancestrais, a matemática começa então a desenvolver-se. Ela tem uma importância relevante na construção da astronomia, como também, em suas ramificações; a trigonometria e a geometria.

Com uma sociedade cada vez mais tecnológica e desenvolvida ensinar matemática está sendo grande desafio para os professores, atualmente enfrentam o desinteresse e em alguns casos o desrespeito dos alunos. Os docentes para enfrentar esse desafio precisam estudar e pesquisar métodos para atrair os alunos no conteúdo de matemática. A astronomia pode ser uma forte aliada no ensino aprendizagem do aluno, através de atividades que envolva as astronomia e matemática.

Quando pesquisamos e estudamos a história já percebemos que matemática e astronomia estão interligadas. Com o desenvolvimento da matemática a astronomia, surgiram grandes matemáticos e astrônomos, tais como: Tales, Pitágoras, Aristarco, entre outros.

Este trabalho monográfico está assim organizado: no segundo capítulo e terceiro capítulo temos um apanhado geral sobre a história da geometria euclidiana, trigonometria e astronomia. No quarto capítulo demonstrarei com alguns exemplos como: teorema de Tales, semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras e relações trigonométricas. No quinto capítulo exploramos a aplicação da astronomia na matemática com situações problemas. Finalmente no ultimo capitulo iremos apresentar as considerações finais deste trabalho. Como objetivos pesquisar forma diferenciada de ensinar matemática, e estudar o contexto histórico da matemática e da astronomia.

Para o desenvolvimento desse projeto foi realizada uma pesquisa bibliográfica e qualitativa. Na pesquisa bibliográfica os dados coletados foram oriundos de livros, internet, periódicos, anais de congressos, artigos de assuntos que envolvem a astronomia e a matemática.

Segundo Denzin e Lincoln (2006, p. 16), em torno do termo pesquisa qualitativa, "encontra-se uma família interligada e complexa de termos, conceitos e suposições". Assim, a pesquisa qualitativa interpreta os fenômenos e atribui os significados. Quando ensinamos o conteúdo de geometria e trigonometria podemos utilizar a aplicação da astronomia na matemática para melhor compreensão dos alunos, a junção entre as disciplinas faz com que os alunos tenham uma visão crítica, social e criativa. Portanto, o presente trabalho visa mostrar aplicação da astronomia no ensino da matemática. A fim de facilitar a compreensão do aluno de alguns conceitos da geometria e trigonometria, com finalidade de dar suporte para os docentes.

2. PROBLEMA DE PESQUISA

As perguntas que vão nortear esse trabalho são relacionadas a situações problema que envolva a astronomia e os conteúdos de geometria e trigonometria. Qual a relação da matemática e a astronomia? O que a geometria e trigonometria têm haver com a astronomia? Quais serão a situações problemas a serem utilizadas? Perguntas como essas citadas servirão de âncora para a pesquisa.

Quando ensinamos o conteúdo trigonometria e geometria podemos utilizar a astronomia para melhor compreensão dos alunos, através das situações problema envolvendo os três conteúdos. A junção da matemática e astronomia pode tornar a aula mais interessante e criativa, fazendo com que os discentes desenvolvam o conhecimento cientifico e senso crítico perante as situações da atividade.

A união da matemática com a astronomia pode tornar a aula mais interessante e criativa. Assim, os discentes conseguirão desenvolver tanto o conhecimento científico como o senso crítico perante as atividades.

3. JUSTIFICATIVA

Percebemos que a maioria dos alunos tem dificuldade em matemática, em especial com os conteúdos de geometria e trigonometria, alguns professores ainda insistem em repassar o conteúdo utilizando somente fórmula e propriedades, esquecem que podem ensinar através de aplicações. Este trabalho tem finalidade de abordar esses dois conteúdos através das aplicações da astronomia na matemática.

Deste modo, a astronomia pode ser uma ferramenta muito boa para uma melhor aprendizagem do aluno. No decorrer desse trabalho, apresentarei os aspectos teóricos práticos e históricos, demostrando algumas aplicações da astronomia no ensino da matemática com algumas situações problemas.

4. OBJETIVOS

4.1 OBJETIVOS GERAIS

Verificar os pontos de intersecção astronomia e da matemática, bem como estudar as aplicações da astronomia no ensino da matemática, com os conteúdos de geometria e trigonometria. Através resolução do problema envolvendo a astronomia para introduzir os conteúdos de matemática, fazendo com que os alunos percebam que foram aplicados conceitos de geometria e trigonometria, na qual, criar e despertar-lhes o gosto pela matemática.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Estudar e pesquisar, prioritariamente aplicação da astronomia na matemática. Pesquisar a história da matemática e astronomia em especial os conteúdos de geometria e trigonometria. Demostrar alguns conceitos importantes dos dois conteúdos de matemática, como por exemplo: Teorema de Tales, Relações trigonométrica.

5. UMA BREVE VIAGEM PELA HISTÓRIA DA ASTRONOMIA

5.1 ASTRONOMIA ANTIGA

Desde os primórdios já se encontravam rastros dos estudos da astronomia, os nômades já observam o céu, para eles a aplicação da astronomia era baseada na sua vida pratica; "... onde o homem para ter domínio da melhor época para plantar, colher, caçar e armazenar seus alimentos se baseava nas fases da Lua, no movimento do Sol, nas estações do ano, entre outros fenômenos." (PORTO, s/d, s/p). Um dos principais acontecimentos do desenvolvimento da astronomia durante os períodos foram à mudança do pensamento geocêntrico para o heliocêntrico, partir desse acontecimento grandes descobertas foram surgindo no decorrer do tempo.

Na mesopotâmia os sumérios foram os primeiros a registrar os elementos da astronomia, os eclipses lunares e solares, aparecimento de comentas, eles acreditavam que era a fúria dos Deuses como castigo.

> Para os egípcios, a Astronomia era a base utilitária necessária para a marcação do tempo, sem maior interesse em teorias sobre o sol, a Lua e demais corpo celestes; identificavam os planetas Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno, bem como algumas constelações e estrelas (Orion, Cassiopeia, Grande Ursa, Sirius).[...] A Astronomia, ou melhor, a observação do Céu, combinada com as enchente do Nilo, serviria, contudo, para a organização de um Calendário de real valor para a Sociedade egípcia. (Rosa, 2002, pág 73, 74)

A Astronomia ajudou muitos os povos egípcios, babilônios e assírios, na agricultura, esses povos pesquisaram e deixaram registrados cometas e a duração do ano e usava num calendário de 365 dias.

> Em outras partes do mundo, evidências de conhecimentos astronômicos muito antigos foram deixadas na forma de monumentos, como o de Stonehenge, na Inglaterra, que data de 3000 a 1500 a. C. nessa estrutura, algumas pedras estão alinhadas com o nascer e o pôr do Sol no início do verão e inverno. Os maias, na América Central, também tinham conhecimentos de calendário e

> de fenômenos celestes, e os polinésios aprenderam a navegar por meio de observações celestes. (Filho, Saraiva, 2014 pg. 1)

Na Grécia, a astronomia teve um avanço significativo, onde surgiram vários pesquisadores, tais como: Tales de Mileto, Pitágoras, Filolau, Aristarco de Samos e Erastóstenes. Tales utilizou fundamentos da geometria e da astronomia para dizer que, “a Terra é esférica”, e Pitágoras acreditava que o Sol e a Lua giravam em torno da Terra. Filolau dizia que o Sol a Terra girava em torno de uma bola de fogo, o Aristarco foi o primeiro pesquisador acreditar que a Terra girava em torno do sol, e o Erastóstenes mediu o diâmetro da Terra. Esses cientistas contribuíram muito para o desenvolvimento da astronomia.

Portanto, o céu já era observado desde os tempos mais remotos, e com o passar do tempo foram surgindo grandes astrônomos que fizeram várias descobertas até chegar na astronomia moderna.

5.2 PENSAMENTO GEOCÊNTRICO E HELIOCÊNTRICO

A matemática foi uma forte influência no desenvolvimento da cosmologia, os astrônomos usufruíram de alguns elementos geométricos para tentar explicar os mistérios do universo. Através das observações dos corpos celestes e os cálculos matemático podemos entender suas trajetórias dos astros no universo. Dois fatos muito importantes da história da astronomia foi o pensamento geocêntrico e heliocêntrico. As ideias geocêntricas de Aristóteles por muito tempo permaneceram sobre a civilização. Aristarco de Samos foi o primeiro pesquisador a propor pensamento heliocêntrico, onde ele dizia que a Terra gira em Volta do Sol.

Platão defendia que os pensamentos filosóficos da natureza acreditavam que a ordem cósmica era constituía de diversos elementos que estão interligados. “Trata-se de um todo orgânico que funciona perfeitamente, constituindo uma identificação entre os movimentos mortais e a Harmonia divina, entre microcosmo e o macrocosmo.” (LOPES, 2014, pag 5). Deste modo, Platão acreditava que a humanidade era composta de: água, ar, fogo e terra. A abordagem de Platão está ligada com as preocupações da sociedade grega e da natureza física dos elementos e fenômenos, buscando uma abordagem sobre a origem dos elementos que foram o universo.

Durante o século IV a.C até o século XVI d.C, os pensamentos filosóficos de Aristóteles sobre o Universo, ele dizia que a Terra era o centro do universo permanecendo até o renascimento.

> [...] para Aristóteles, os astros não possuíam movimento próprio, mas eram fixados nas esferas e estas desenvolviam um movimento circular: "são os cercos a mover-se, enquanto os astros são provados de movimento próprio e se movem enquanto são fixados nas esferas" [5]. Aristóteles concluiu, assim, que o universo, por desenvolver uma trajetória circular, era ausente de geração e corrupção, por desenvolver uma trajetória circular, era ausente de geração e corrupção, e, com isso, de acréscimo e diminuição, representou a ordem do céu como sendo eterna e imutável. (LOPES, 2014, pag 8)

Aristóteles tinha como referência nos estudos astronômicos as esferas homocêntricas eudossiana. Por meio de cálculos matemáticos Eudosso di Cnido apresentou cálculos matemático que representava a trajetória dos astros. "[...] supôs um complexo mecanismo de anéis fixos e móveis nos quais os corpos celestes eram fixados, cada um na sua própria esfera, girando uniformemente em torno de dois polos [...]" (LOPES, 2013, pag. 42). Desta forma, Eudosso conseguiu explicar a variação do movimento dos corpos celestes.

A ideia de Aristóteles teve alguns problemas, com isso Claudio Ptolomeu mostrou um novo sistema astronômico, substituindo as esferas Homocêntricas. "[...]. No modelo ptolomaico, os planetas se movem num epiciclo com velocidade uniforme [...]" (LOPES, 2013, pag. 9). Deste modo, o movimento de cada planeta baseia-se em um movimento uniforme em um círculo, e que o planeta Terra está imóvel, sendo o centro do universo.

Filósofo Nicolau Copérnico revolucionou a história da astronomia, construiu um novo sistema astronômico, onde a Terra não era o centro do universo e os outros Planetas realizava uma trajetória em torno do sol. Na época o pensamento de Copérnico virou uma polêmica, pois duvidava dos pensamentos de Aristóteles e Ptolomeu, e defendia o pensamento heliocêntrico.

> Temos, portanto, na segunda metade do século XVI essas duas posições cosmológicas: o modelo cosmológico tradicional, de origem aristotélico-ptolomaica, e a teoria astronômica heliocêntrica de Nicolau Copérnico, que descreve o universo a partir uma nova posição do planeta Terra, a qual passou de uma posição de imobilidade para uma de mobilidade, além de perder a posição de centro do universo. (LOPES, 2013, pag55)

O novo pensamento de Copérnico modificou o cenário astronômico, e outros filósofos interessaram nas ideias de Copérnico, em especial Giordano Bruno, defensor do universo infinito. Bruno estudando cosmologia tradicional, dizia que estava repleto de erros, pois ocorria um uso indevido de algumas teorias da astronomia e da matemática. A ideia que a Terra não era o centro do universo apoiava-se na imobilidade do planeta, baseou-se no movimento retilíneo ou circular, pois justificava que movimento retilíneo da Terra afastava ou tendiam os elementos para Terra, e o movimento circular tem como centro fixo, desse modo, a Terra se movimenta comprovando que a planeta não era o centro do Universo.

Deste modo, os pensamentos Geocêntricos e Heliocêntricos foram muito importantes para a cosmologia e para a sociedade em si. Durante muito tempo o pensamento Geocêntrico predominava nossa sociedade, após muitos estudos descobriram que a Terra não era o centro do universo, deste modo, Copérnico revolucionou a cosmologia com pensamento heliocêntrico, que dizia que o Sol é o centro do universo, esses pensamento foram dois fatos importante na história da astronomia.

6. HISTÓRIA DA GEOMETRIA E DA TRIGONOMETRIA

6.1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA EUCLIDIANA

Com uma sociedade cada vez mais desenvolvida, a matemática se faz presente no nosso dia a dia, pois está presente na nossa arquitetura, na natureza e nos estudos da astronomia. Um ramo muito importante da matemática é a Geometria Euclidiana, a palavra geometria vem do grego que significa medida da terra (*geo*, “terra”, *metrein*, “ Medida”). A Geometria já estava presente no cotidiano desde a pré-história e no decorrer da evolução cultural e social surgiram vários pesquisadores, deste modo, desenvolvendo a geometria.

Alguns livros didáticos relatam que o surgimento da geometria se deve o rio Nilo, por causa das enchentes que desmarcava os pedaços de terra do povo egípcio, alguns se beneficia na hora de marcar novamente, desse modo, com a necessidade de medir a área das terras para fazer a nova marcação a geometria foi surgindo.

> Há escritos técnicos deo século VI a. E. C. tratando de problemas relacionados à astronomia e ao Calendário. Neles intervinham alguns conceitos geométricos, como círculos e ângulos. Os enunciados geométricos aí contidos podem ter ficado conhecidos como sendo de Tales. No entanto, é difícil estabelecer as bases factuais destas afirmações. (FREITA, 2013 pag. 14)

Tales de Mileto um dos pioneiros nos estudos da Geometria, baseando se nos estudos dos povos mesopotâmicos e egípcios, Tales utilizou a geometria para calcular a altura de pirâmide, baseando na sombra da própria pirâmide. Outro matemático que contribui para o crescimento da geometria foi Pitágoras, influenciado pelos egípcios, desenvolveu alguns teoremas e demonstrações. Aristóteles se destacou diferenciando axioma de postulados, e Platão desenvolveu métodos para demonstração. Segundo Freitas, Platão criticava os geômetras, deste modo, desencadeou uma modificação na matemática, os pitagoristas contribuíram para divisão da aritmética e a geometria, essa separação foi um fator marcante na história da geometria.

Na trajetória da geometria um matemático conhecido como Euclides se destacou escrevendo a obra “Os Elementos” constituído por treze livros, cinco voltado para Geometria Plana, escrito por volta de 300 a. C. Segundo Barbosa (2001, pag. 31) “[...] essa obra foi escrita em um momento peculiar da história da Grécia: Depois do fim da Guerra do Peloponeso (431-404 a. C) marcada pela queda de Atenas na sua disputa com Esparta”. Deste modo, Euclides utilizou cinco apostolados, são eles:

- **Axioma I:** uma única reta pode ligar quaisquer dois pontos;
- **Axioma II:** pode-se continuar (de uma maneira única) qualquer reta finita continuamente em uma reta;
- **Axioma III:** pode-se tracejar um círculo com qualquer centro e com qualquer raio;
- **Axioma IV:** todos os ângulos retos são iguais;
- **Axioma V:** Se uma reta, ao cortar outras duas, forma ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então estas duas retas encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos. (Alternativa: - Dados uma reta qualquer e um ponto fora desta reta, existe uma única reta paralela à reta dada, passando por este ponto);

Deste modo, a geometria foi progredindo devido a necessidade dos povos, e no decorrer do desenvolvimento Euclides se destacou com a criação da obra "Os Elementos", dando impulso cada vez nos estudos da geometria, chegando na nossa atual geometria.

6.2 GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA E GEOMETRIA ESFERICA

Muitos estudiosos na tentativa de encontrar contradições nos livros "Elementos" de Euclides descobriram a Geometria Não Euclidiana. Muitos matemáticos questionavam o quinto postulado, que diz: "Dados um reta qualquer e um ponto fora desta reta, existe uma única reta paralela à reta dada, passando por este ponto.", alguns matemáticos dizia que era possível demostrar este postulado.

Como sabemos a Geometria Euclidiana estudava superfícies planas como, por exemplo: a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180°; mas muitos se perguntavam e a Terra sendo uma esfera daria certo calcular grandes distâncias da superfície, usando a Geometria Plana? Para essa situação a Geometria Euclidiana não ia funcionar. Para o desenvolvimento de uma geometria de espaços curvos foram preciso contribuição de muitos estudiosos, entres eles estão: Girolamo Saccheri, Gass, Lobachevski, Bolyai e Riemann.

Em 1677-1733 Girolamo Saccheri mostrou a primeira contradição no postulado de Euclides, mas após sua publicação da demonstração acabou falecendo e foi esquecida sua demonstração. Outro matemático que ajudou dar impulso na criação da Geometria Não Euclidiana foi Saccheri, abriu caminhos para outros matemáticos estudarem sobre essa geometria. János Bolya em 1802-1860 e Nicokolai Ivanovich Lobachevsky em 1793 – 1856 fizeram Publicações sobre descobertas da nova geometria. “As publicações de Bolyai e Lobachevski não foram suficientes para convencer o mundo matemático da possibilidade das geometrias não-euclidianas. ” (DELAI, FRANCO, pag. 3). Bolyai e Lobachevsky foram os responsáveis para desenvolver geometria hiperbólica.

Georg Fredrich Bernhard Riemann em 1826 – 1866 desenvolveu a Geometria Elíptica, mostrando mudanças no conceito de espaço, “[...] tal que, dada uma reta L e um ponto P não pertencente a L, não existe reta paralela a L passando por P.” (FRANCO, THOMAZ,pág. 3). Riemann propôs que os elementos a serem estudados em dimensão n, com medida para determinar a distâncias entre pontos próximos, podendo calcular a distância de dimensões de espaços maiores que três.

> Na geometria hiperesférica, os pontos do espaço elíptico n-dimensional são os versores pertencentes a $\mathbb{R}^{n+1}$, ou seja, os pontos na superfície da hiperesfera de raio unitário de dimensão n+1, e as retas neste modelo são hipercículos máximos (que são interseções da hiperesfera com subespaços da hipersuperfície). Vamos considerar aqui um caso particular deste tipo de geometria (de fácil visualização), que é a Geometria Esférica.(FRANCO, THOMAZ, pág. 6)

As pesquisas de Riemann impulsionou os estudos das Geometrias Estereográfica, Projetiva e Hiperesférica. A Geometria foi apresentada em aula inaugural no ano de 1851.

Em 1835- 1900 o matemático Eugênio Beltrami demostrou espaço para superfície hiperbólica, criando a Geometria Hiperbólica. “A pseudo-esfera é a superfície tridimensional adequada a modelagem da geometria hiperbólica, sendo essa curvatura negativa com valor constante.”(ZIEGLER, 2008,pág 14). Beltrami utilizou elementos da Geometria Euclidiana para desenvolver a hiperbólica. Henri Poincaré em 1854-1912 contribui no desenvolvimento da Geometria Hiperbólica plana com estudo sobre o Disco de Poincaré.

Deste modo, a Geometria Euclidiana possibilitou a criação das outras Geometrias, alguns matemáticos na tentativa de demostrar contradições do quinto postulado de Euclides, foram encontrando outros tipos de geometria, tais como: Geometria Esférica, Geometria Descritiva, Geometria Fractal.

6.3 SURGIMENTO DA TRIGONOMETRIA

O ensino da trigonometria muitas vezes é repassado para os alunos, somente conceitos e cálculos, esquecendo-se da sua aplicação, gerando um desinteresse ou desmotivação pelo conteúdo. A trigonometria surgiu com a finalidade de auxiliar na vida cotidiana dos povos. Quando mostra para os alunos um pouco sobre a história da trigonometria e suas aplicações, os alunos passam a olhar o conteúdo de outra maneira, percebem que foi sendo construída devido à necessidade de cada cultura, e também percebem as suas aplicações. A palavra trigonometria tem origem no grego que significa: tri (três), gonos (ângulos), metria(medir), que remete as triângulos, estudos dos ângulos.

Thales de Mileto no Egito descobriu a altura da pirâmide de Quéops, usando a teoria da semelhança de triângulos, Thales baseou-se em alguns conceitos da geometria dos povos babilônios e egípcios, determinou a relação dos triângulos semelhantes de lados correspondentes, ele utilizou bastão no solo para marcar a sombra da pirâmide formando ângulo de 90 com isso descobriu a semelhança de triângulos. Os egípcios utilizavam o sol para determinar a altura pirâmide, medindo a sombra da pirâmide quando o sol estava a 45°. A Trigonometria inicialmente baseava em resolver questões que envolvia triângulo, com o passar do tempo foram descobrindo outras aplicações da trigonometria.

Quando o homem começou a fazer navegações estava cheio de problemas de transporte nas rotas marítimas e de comunicação. Problemas de posição do navio no mar, com isso utilizaram astronomia e trigonometria para resolver essas situações.

Um dos principais fundadores dos estudos trigonométricos foi Hiparco de Nicéia considerado o pai da Trigonometria, criou diversas tabelas trigonométricas. Outro matemático que contribui foi Ptolomeu, segundo Lourenço (1996,pág. 07) Ptolomeu, "desenvolveu modelos astronômicos e ferramentas matemáticas que vão além da geometria elementar, caracterizando a trigonometria". Assim, ele utilizou os conhecimentos de Hiparco para realizar seus estudos. Ptolomeu em seus estudos utilizava o sistema sexagesimal e não utiliza os valores das funções seno e cossenos, mais os valores da função da corda do arco, assim, chegou na fórmula de seno da soma e a diferença de dois arcos. Deste modo, a trigonometria surgiu para resolver problemas da astronomia.

Os povos hindus tiveram grande contribuição para a Matemática e astronomia, criando alguns textos conhecidos como ***Surya Siddhanta***, que significa Sistema Solar, escrito por ***Surya**. **Surya*** mostrava a relação da corda de um círculo com os ângulos centrais correspondentes.

> Com os hindus, as principais "funções" trigonométricas foram introduzidas e os métodos de tabulação se aperfeiçoaram, particularmente os de interpolação quadrática e linear. (Costa, pág. 10)

Além disso, eles contribuíram no desenvolvimento dos conceitos de semi corda e de seno e algumas identidades, tal como: $sen^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1$, onde α é o ângulo em radianos.

Os povos Persas e Árabes também deixaram contribuição no desenvolvimento da trigonometria, os Árabes introduziram o círculo de raio unitário e organizaram as provas de teoremas trigonométricos. Os Persas contribuíram nos estudos de triângulos esféricos que são muito necessários no estudo da Astronomia.

Portanto, durante a história vários povos tiveram alguma contribuição para a construção da trigonometria, percebemos que a trigonometria surgiu para resolver problemas astronômicos e resolver situações que envolvem triângulo.

7. DEMOSTRAÇÃO DE ALGUNS CONCEITOS DA GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

7.1 TEOREMA DE TALES

Um dos teoremas mais importante da geometria conhecido como Teorema de Tales, que hoje em dia é encontrado em diversas situações problemas envolvendo retas paralelas e proporcionalidade, o Teorema diz que "um feixe de retas paralelas intercepta duas retas transversais, então os segmentos paralelos sobre as transversais são proporcionais". Tales de Mileto nasceu na Grécia na cidade de Mileto, foi o pioneiro nos estudos de aspecto abstrato da geometria, como por exemplo: considerar uma pirâmide ou triângulo como abstrato. Tales demostrava suas afirmações novas baseando-se e outros teoremas. É muito fácil encontrar aplicações desse teorema no nosso cotidiano, tais como: na astronomia, em prédios, entre outros. Vejamos a demonstração do Teorema pela Teoria da Proporção, segundo Pereira (2005, pag. 40 à 42);

Vamos considerar os seguimentos AB, BC, A'B', B'C', em que $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

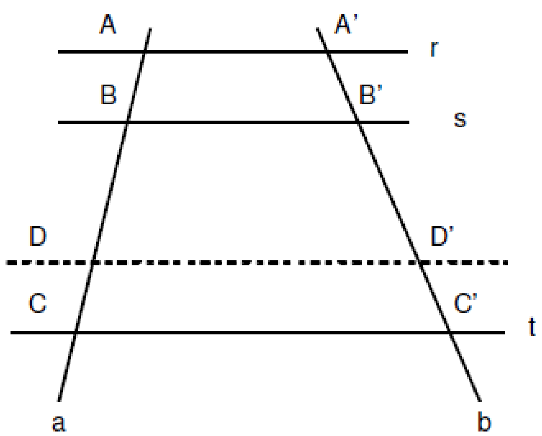

Figura 1. Esquema do Teorema de Tales **(Pereira 2005, pág. 40 à 42)**

Teorema: Se um feixe de retas paralelas é cortada por duas transversais, então as medidas dos segmentos correspondentes que estão sobre a reta são diretamente proporcionais.

Demonstração

Assim, tomaremos m e n dois números naturais quaisquer, iremos dividir o segmento AB em m partes iguais cada uma determinando um segmento U, então teremos AB=um e traçando-se paralelas dividiremos A'B' em partes iguais de um certo U', de modo que A'B'=um. Na reta **a**, partindo de B para c, marcaremos n segmentos U (BC= nU). Do mesmo modo na reta **b**, partindo de B' para C', marcaremos *n* segmentos U' (B'C'= nU'). Denso D a última extremidade do último segmento contido em BC podemos ter três casos possíveis:

1° caso: D está entre B e C (provar $n\ AB < m\ BC \Rightarrow n\ A'B' < m\ B'C'$.);

2° caso: D coincide com C ($n\ AB = m\ BC \Rightarrow n\ A'B' = m\ B'C'$.);

3° caso: D coincide com C ($n\ AB > m\ BC \Rightarrow n\ A'B > m\ B'C'$.);

Analisando o **1° caso** em que D está entre B e C.

De AB= um temos que nAB = nmU e de BD = nU temos que mBD = mnU. Logo n AB= m BD.

Como BD<BC então n AB = m BD< mBC. Portanto n AB < mBC.

Por outro lado, de A'B' = um' temos que n A'B' = nmU' e de B'D' = nU' temos que mB'D' = mnU''. Logo na A'B' = mB'D'.

Como B'D'< B'C' então nA'B' = mB'D' < mB'C'. Portanto nA'B' < m B'C'.

Concluímos que $nAB < mBC \Rightarrow n\ A'B' < m\ B'C'$.

O **2° caso** em que D coincide com C.

De AB= um temos que nAB = nmU e de BD= nU temos que mBD = mnU. Logo n AB= m BD.

De A'B' = um' vem que nA'B' = nmU e de B'C' = n U' vem que mB'C' = mnU'.

Logo n A'B' = m B'C'

Concluímos que nAB = m BC ⇒ nA'B' = m B'C'.

O **3° caso** em que d está além de C.

De AB = um temos que n AB = nmU e de BD = nU temos que mBD = mnU. Logo n AB= mBD.

Como BD> BC então nAB = mBD> mBC. Logo nAB> mBC.

De A'B' = um' temos que nA'B' = nmU' e de B'D'=nU' então mB'D'= mnU'.

Logo nA'B' = mB'D'.

Como B'D' > B'C' então nA'B' = mB'C'. Logo n A'B' > m B'C'.

Concluímos que nAB> mBC ⇒ nA'B' > mB'C'.

Portanto, as três condições estão satisfeitas, provando que $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

7.2 SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Teorema: Dois triângulos semelhantes têm ângulos iguais e lados homólogos proporcionais. Reciprocamente, se dois triângulos cumprem uma das três condições abaixo então eles são semelhantes:

a) Têm lados proporcionais;
b) Têm ângulos iguais**;**
c) Têm um ângulo igual compreendido entre lados proporcionais. (ELON, pág. 43)

Demonstração

Vamos considerar dois triângulos ABC e A'B'C', tal que,

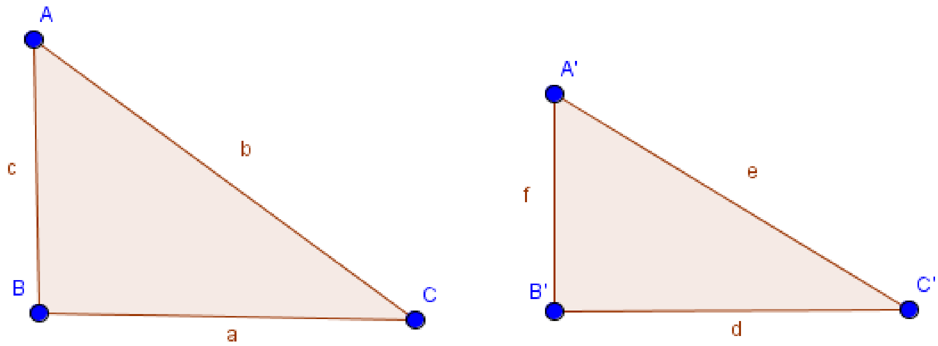

Figura 2. **Representação da semelhança entre triângulos.**

Deste modo se ABC e A'B'C', são dois triângulos semelhantes, tal que, as relações angulares são:

$\angle$ ABC =A'B'C'; $\angle$BAC=B'A'C; $\angle$ ACB=A'C'B';

e

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = r$$

a) Sejam agora ABC e A'B'C' triângulos tais que

A'B = r.AB, A'C'= r.AC e B'C' = r.BC

Para um certo r > 0. A homotetia de centro A e razão r transforma ABC no triângulo AB"C" cujos lados medem

AB" = r.AB, AC" = r.AC e BC=r.BC.

AB"C" e A'B'C' são congruentes porque têm, os lados iguais. Como AB"C" é semelhante a ABC, segue-se que ABC e A'B'C' são semelhantes.

b) Sejam ABC e A'B'C' triângulos tais que

$\angle$A=A', $\angle$B=B' e $\angle$C=C'.

Nas retas AB e AC tomemos os pontos B" e C' respectivamente, de modo que AB"= A''B' e AC"= A'C'. Os triângulos AB"C" e A'B'C' são congruentes porque têm um ângulo igual($\angle$A=A') compreendido entre lados iguais. Logo $\angle$B"= $\angle$B', onde $\angle B = \angle B'$. Conclui-se que as retas B"C" e BC são paralelas e daí os triângulos AB"C" e ABC são semelhantes.

c) Finalmente, suponhamos que os triângulos ABC e A'B'C' cumpram

$$\angle A = A',\ A'B' = r.AB \quad \text{e } A'C' = r.AC.$$

Novamente tomamos sobre as retas AB e AC, respectivamente, os pontos B" e C" com

$$AB'' = A'B' \text{ e } AC'' = A'C'.$$

Os triângulos AB"C" e A'B'C' são congruentes, como no caso b). A homotetia de centro A e razão r transforma AB em AB" e AC em AC" porque

$$AB'' = r.AB \text{ e } AC'' = r.AC.$$

Logo essa homotetia é uma semelhança entre o triângulo ABC e o Triângulo AB"C". Como AB"C" e A'B'C' são congruentes, segue-se que ABC e A'B'C' são semelhantes.(ELON. Pág.44 à 45)

7.3 TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C, na Grécia, desde cedo Pitágoras se dedicou a entender os números e suas relações. A filosofia de Pitágoras baseava-se nas propriedades dos números, Geometria, a Astronomia e Música; Pitágoras contribuiu para os estudos da matemática, um dos estudos mais importantes o Teorema de Pitágoras.

Teorema: A soma dos quadrados de um triângulo retângulo com catetos b e c são iguais o quadrado da hipotenusa a, então $b^2+c^2=a^2$.

Vejamos a seguir a demonstração Algébrica do Teorema, segundo OLIVEIRA (2008, pag. 7 à 8):

Demonstração

Considere um quadrado ABCD de lado b+c.

Sobre os lados desse quadrado marquei pontos M, n, P, Q, como na figura a seguir, de modo que:

AM = BN = CP = DQ = b

MB = NC = PD = QA = c

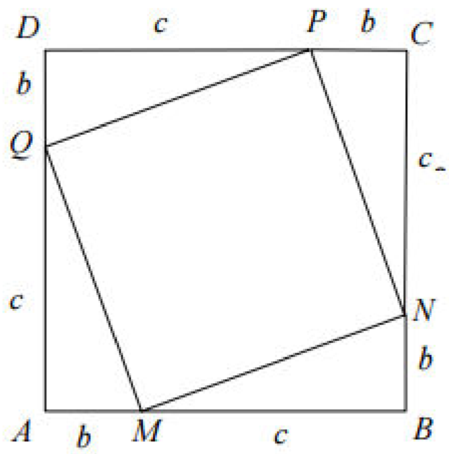

Figura 3.Teorema de Pitágoras

Pelo caso de congruência LAL os triângulos retângulos QAM, MBN, NCP e PDQ são congruentes ao triângulos retângulos hipótese. Daí segue que que MN = NP= QM = a. Isso implica que os quadrilátero MNPQ é um losango. Vamos mostrar que, de fato, ele é um quadrado.

Suponhamos que os ângulos do triângulo de hipótese sejam: $\propto$ e β

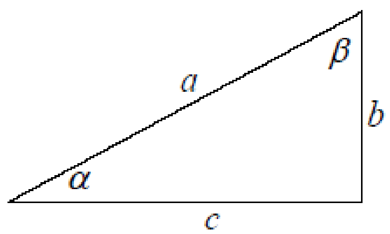

Figura 4, Triângulo

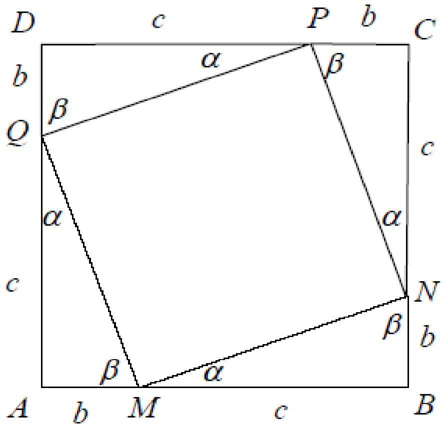

Figura 5. Teorema de Pitágoras

Pela congruência dos triângulos QAM, MBN, NCP e PDO descritos acima, os ângulos agudos destes triângulos retângulos medem ∝ e β, de acordo com a figura acima.

Como ∝ + β = 90° segue que cada ângulo interno do quadrilátero deve ser reto. Isso demonstra que é um quadrado de lado. MNPQ MNPQ a.

Daí a área do quadrado de lado $b + c$ é igual a soma da área do quadrado de lado a com a área de quatro triângulos retângulos de catetos b e c .

Isto é: $(b+c)^2 = 4\frac{bc}{2} + a^2 \Longrightarrow b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2 \Longrightarrow b^2 + c^2 = a^2$, como queríamos demostrar.

8. APLICAÇÃO DA ASTRONOMIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

8.1 ASTRONOMIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nos dias atuais com toda essa tecnologia está cada vez mais difícil ensinar matemática, está se tornando um desfio para o professor. Se pararmos para analisar o Universo, percebemos o quanto a matemática é importante para nossas vidas, percebemos elementos da geometria, trigonometria e outros. Muitas vezes, quando ensinamos esses conteúdos introduzimos parte de cálculos e suas propriedades e resolvemos exercícios esquecendo-se das suas aplicações, utilizando método repetitivo, onde o aluno resolve vários exercícios na tentativa que o educando decore o conteúdo, ocasionando o insucesso do ensino aprendizagem do educando. Devemos inovar nossos métodos de ensino para tornar a aula mais interessante para o estudante, podemos inserir situações problemas que envolva astronomia para contribuir no ensino do aluno, pois essas situações desperta o espírito investigador e crítico do aluno. Segundo o PCN's(Parâmetros Curriculares Nacionais) e os PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio), para introduzir os conteúdos pode ser utilizado aplicação em forma de situações problemas, contribuindo para o ensino aprendizado do aluno, deste modo, os professores precisa pesquisar e estudar métodos diferentes para ensinar. Esse projeto tem por finalidade auxiliar os profissionais da área com algumas situações problema utilizando a astronomia, desse modo, as aplicações são encontradas em livros e artigos que contém atividades que envolva astronomia.

O próprio contexto da matemática foi construído através de situações problema do cotidiano da sociedade, problemas vinculados a diversos ramos do conhecimento, em especial a astronomia. A História matemática e a Resolução de problemas como um processo de ensino aprendizagem são situações onde o discente precisa desenvolver algum tipo de estratégia para resolver o problema. Através de situações problema podem introduzir os conteúdos a serem estudados.

As situações - problemas envolvendo a astronomia será relacionada como os conteúdos de geometria e trigonometria, serão abordados: Circunferência (Comprimento da circunferência), Elipse, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, Semelhança de Triângulos, Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, entre outros.

Portanto, a finalidade desse trabalho dar suporte para os professores nos conteúdos de geometria e trigonometria, envolvendo situações problemas e história da matemática, envolvendo a aplicação da astronomia, mostrando para os alunos outra maneira de ensinar matemática.

8.2 MÉTODO DE ENSINO: HISTÓRA DA MATEMÁTICA

Ainda hoje muitos docentes ensinam matemática de uma forma tradicional, repassando o que está escrito nos livros, ensinando propriedades e cálculos e mostrando uma matemática pronta e acabada, esquecendo que desenvolvimento de cada fórmula e propriedade teve muita pesquisa e estudos. História da Matemática é umas das tendências que o professor pode utilizar em suas aulas, pois permite compreender as ideias cultural de cada povo e seu desenvolvimento, e motiva os estudantes a descobrir a origem e os conceitos que vão ser ensinado em sala de aula.

> A história da matemática visa a construção histórica do conhecimento matemático de forma a contribuir com uma melhor compreensão da evolução do conceito, dando ênfase ás dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo desenvolvido. Conhecendo a História da Matemática é possível perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram sempre de desafios que os matemáticos enfrentaram, que foram desenvolvidas com grande esforço e, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após todo o processo de descoberta.(SIQUEIRA, 2007 pag. 26)

A História da Matemática é muito importante no ensino aprendizado do aluno, possibilitando os discentes a compreender que matemática foi sendo desenvolvida com erros e acertos. Através do contexto histórico permite que os educandos percebam que matemática ajuda a modelar a realidade, proporcionando –lhes uma visão mais reflexiva e crítica da matemática.

Quando paramos para estudar e pesquisa, percebemos que matemática está interligada com as várias áreas do conhecimento, tanto nas ciências humanas e ciências da natureza, em especial a matemática foi peça fundamental na construção da astronomia, pode-se então explicar a História da Matemática fazendo uma junção com a astronomia, deste modo, tornando o ensino da matemática mais desafiador e investigador para os educandos, despertando-lhe interesse nos estudos.

Deste modo, para utilizar a História da Matemática é preciso que o professor esteja preparado para novos desafios. O docente precisa ter uma conduta de orientador, possibilitando ao alunado ter participação ativa e crítica da construção do próprio conhecimento.

8.3 A IMPORTÂNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No nosso dia a dia passamos por diversas situações problemas que envolvem a matemática, onde encontramos formas de resolver cada problema. Resolução de Problema é uma metodologia, em que o docente propõe situações problemas para os estudantes, despertando-lhes, o conhecimento investigador e exploratório. De acordo com os PCN(Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997, pag22) “resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado[...]”, no processo de ensino aprendizagem.

> Em todos os níveis de sua atuação, o conhecimento matemático apresenta-se ligado à resolução de problemas que, na maioria das vezes, envolve outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, a Matemática tem um papel significativo no desenvolvimento da ciência, da tecnologia e, em conseqüência disso, da própria sociedade. O homem comumente depara-se com situações problemas em seu dia a dia, desde problemas pessoais, até mesmo, problemas científicos. Com diferentes graus de dificuldade, esses problemas acabam exigindo do homem a elaboração de uma estratégia de Resolução de Problemas. (SIQUEIRA, pag. 35)

A resolução de problema está entrelaçada no desenvolvimento da sociedade, quando utilizamos esse método devemos envolver situações da vida cotidiana, contribuindo no desenvolvimento do raciocínio logico e criativo.

> A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. (Sousa,s/d, s/p)

Muitos professores ensinam resolver problemas matemáticos, onde esses problemas trabalhando são exercícios repetitivos utilizando atividades parecidas para fixação dos conteúdos, desencadeando o insucesso do aprendizado do aluno. A resolução de problema possibilita o aluno desenvolver a capacidade de independência, criatividade e raciocínio lógico.

8.4 APLICAÇÃO DA ASTRONOMIA NA MATEMÁTICA: SITUAÇÃO PROBLEMA

As aplicações são situações problemas simples envolvendo astronomia, são atividades encontradas em livros didáticos e em alguns artigos, atividades resolvidas.

ATIVIDADE 1

Astrônomo e Matemático Aristarco de Samos nasceu na Grécia, dedicou seus estudos para determinar a distâncias entre Terra-Lua (TL) e Terra-Sol (TS). Aristarco observando o céu percebeu que os raios solares são perpendiculares à reta que passa pelo centro da Terra e da Lua. Partindo das observações ele conseguiu calcular a distância. Qual a distâncias entre e Terra-Sol?

RESOLUÇÃO:

Para resolver essa situação problemas vamos seguir o modelo de Aristarco. Vejamos a imagem a seguir:

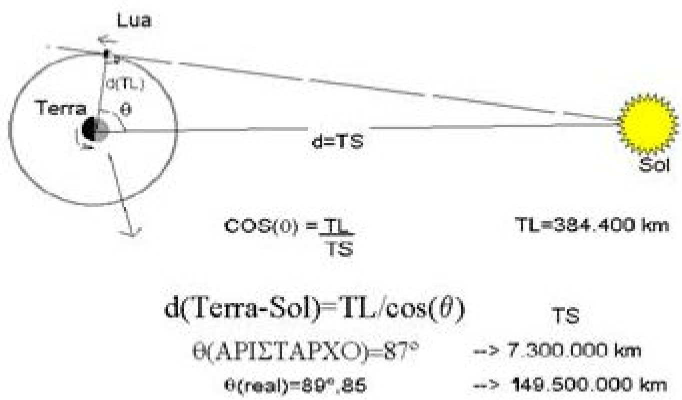

Figura 6. Cálculo da distância Terra-Sol feita por Aristarco. http://www.das.inpe.br/ciaa/cd/HTML/dia_a_dia/1_7_1.htm. Acesso: 25/01/2016

Aristarco calculou as distâncias usando teorema de Tales e semelhança de triângulo. Para calcular a distância da Terra-Sol, segue a seguinte formula:

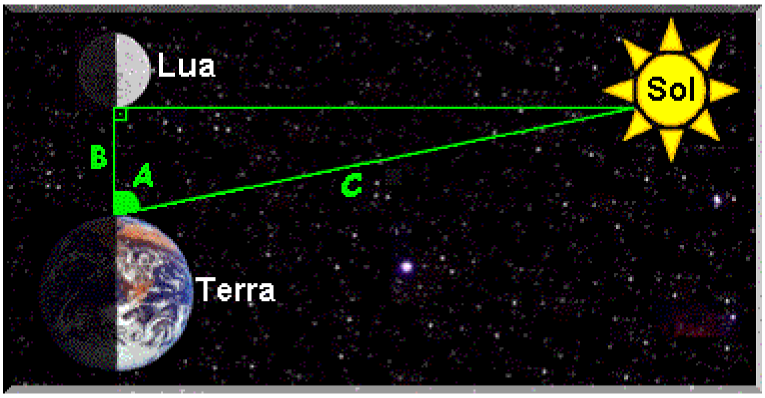

Figura 7. Distância Terra-Sol. (http://www.zenite.nu/aristarco-de-samos-e-a-distancia-terra-sol/. Acesso: 25/01/2016)

$$\cos a = \frac{TL}{TS} \Rightarrow TS = \frac{TL}{cos\ a}$$

Aristarco com a fórmula encontrou a distância da Terra-Sol, aproximadamente 150.000.000 km.

COMENTÁRIO

O professor nessa atividade, pode ainda perguntar qual a distância da Terra-Lua, deixando os alunos investigar e fazer debates.

ATIVIDADE 2

Nesta atividade devem ser encontrados a razão da distância da Terra-Luz-Sol e encontrar qual astro está mais próximo da Terra se a Lua ou o Sol. Nesta situação vamos utilizar a mesma técnica de Aristarco de Samos.

Qual astro está mais próximo do planeta Terra, o sol ou a Lua? Qual a razão entre essas distâncias? (Araújo, 2013, pag. 54).

RESOLUÇÃO:

Para responder a primeira pergunta é bem simples, basta analisar a fase da Lua. Basta analisar a iluminação a lua. Primeiro momento vai olhar a figura a seguir:

Figura 8. Fases da Lua. http://fisicamoderna.blog.uol.com.br/arch2006-09-17_2006-09-23.html. Acesso: 25/01/2016

Aristarco de Samos, para responder qual astro está mais perto da terra observou as fases da Lua, analisando a figura e a iluminação das faces da Lua, percebemos que a Lua está mais perto da Terra, e o Sol está mais distante da Terra. Caso o Sol estivesse mais perto da Terra não existira as Faces da Lua.

Para resolver a segunda pergunta sobre a relação entre as distâncias, vamos usar a ideia de Aristarco. Vamos considerar TL (Terra-Lua) e TS (Terra-Sol). Vamos usar a semelhança de Triângulo, para resolver. Vejamos a figura a seguir:

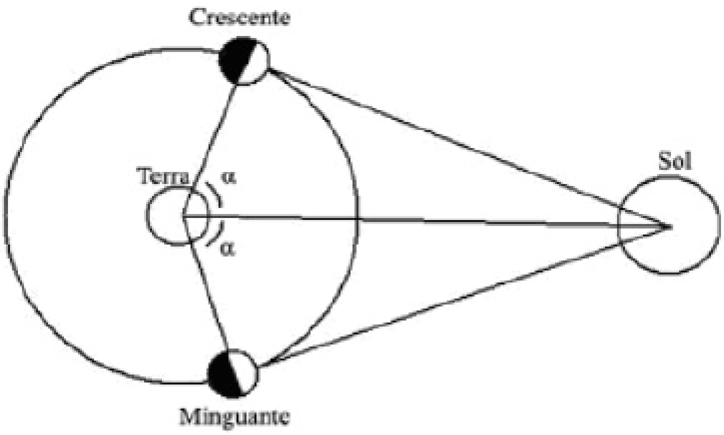

Figura 9.Modelo da distância da Terra-Lua e Terra-Sol. (Araújo, 2013, pág.57)

Aristarco encontrou um valor aproximando para o ângulo reto da Lua, que é $\propto =\ 87°$.

> Para isso podemos observar o tempo de revolução da Lua(t equivale ao Percurso de 360°) e o tempo entre minguante e crescente (t' equivale ap percurso de = $2\propto$), então é só fazer a proporção. O Ciclo lunar é de aproximadamente 29,5 dias e t" = 14,25 dias. Admitindo movimento circular uniforme para Lua, Conclui- se que: $\frac{2\propto}{14{,}25} = \frac{360°}{29{,}5} \Leftrightarrow \propto \cong 87°$. (Araújo, 2013,pág.56)

Aristarco utilizou semelhança de triângulo para encontrar o ângulo $\propto = 87°$. Para encontrar a relação entre as distâncias basta fazer uma relação trigonométrica, tal como:

$$\mathrm{sen}3° = \frac{\mathrm{TL}}{\mathrm{TS}} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{TS}}{\mathrm{TL}} = \frac{1}{\mathrm{sen}3°} = 19{,}1.$$ (Araújo, 2013,pág.57)

A relação da Terra-Lua-Sol é aproximadamente 20, esse valor foi calculado por Aristarco.

COMENTÁRIOS

Essa atividade pode ser realizada em dupla, pois requer pesquisa para resolver, os aprendizes terão que já ter uma noção da matemática, em especial da trigonometria. Os alunos terão que encontrar caminho para a resolução, o professor pode realizar debates, para que cada grupo possa mostrar a sua ideia para resolver o problema, e ainda ele pode deixar uma questão para debater, tal como: “E se o Sol fosse o astro mais perto da Terra, como seria”; promovendo discussões. Essa solução foi baseada nos cálculos de Aristarco.

ATIVIDADE 3

Erastóstenes na cidade de Siene calculou o raio da Terra. No dia de solstício de verão, ele percebeu que os raios solares caiam na vertical, utilizando uma estaca e cravada verticalmente no solo ele observou a ausência de sombra. Quando isso em Alexandria os raios solares faziam um ângulo de 7,2°, e a distância de Alexandria até Siene era de 5000 “stadia”(unidade de medida grega de comprimento). Como Erastóstenes calculou o raio da Terra?

RESOLUÇÃO:

Eratóstenes para saber a distância de Siene até Alexandria, pediu para seu assistente ir de Siene à Alexandria, descobrindo que a distância entre elas era 800 km. Vejamos a figura a seguir:

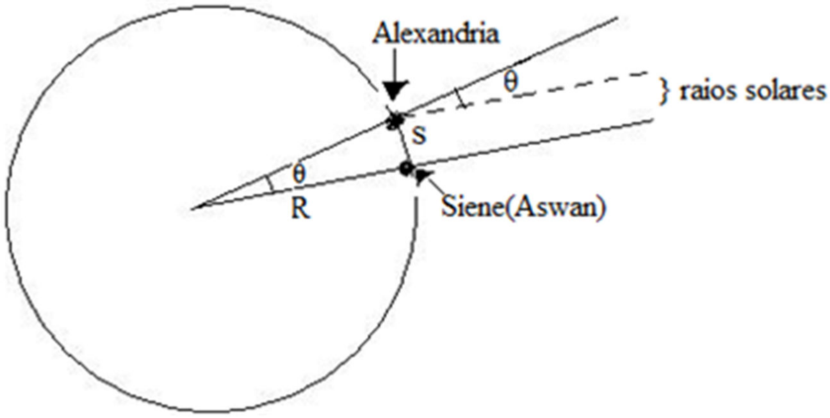

Figura 10. Modelo de Eratóstenes. Disponível: http://www.inape.org.br/colunas/fisica-conceito-historia/medindo-circunferencia-terra. Acessado : 26/01/2016

Com essa informação ele conclui que:

$$\frac{s}{2\,\pi\,\mathrm{R}} = \frac{\theta}{360°} \Rightarrow 2\,\pi\,\mathrm{R} = \frac{5000.360}{7{,}2} \approx 250000$$

$$R \approx \frac{250000.185}{6{,}28} \approx 7365\ km.$$

O valor encontrado por Aristóteles do raio foi aproximadamente 73645 km, valor razoável com o atual no equador é de 6378 km.

COMENTÁRIOS

O professor nessa atividade pode descrever a História do raio da Terra, desse modo, promovendo debates. Essa atividade é baseada nos cálculos de Aristóteles.

9. METODOLOGIA

Esse trabalho tem por finalidade dar suporte para os professores no ensino de matemática. Quando ensinamos matemática, geralmente acabamos repassando para os alunos somente os conceitos e propriedades, desmotivando o interesse pela matemática. Será realizada uma pesquisa de natureza aplicada.

Segundo Gil (2008, p 11 e 12) método dedutivo “parte do geral e, a seguir, desce ao particular”, (...) “cujo os princípios podem ser enunciados como leis(...)”. Desse modo, o método dedutivo parte de informações consideradas verdadeiras, chegando numa conclusão formal. Para introduzir astronomia no ensino de matemática precisamos ter noção das leis e propriedades.

De acordo com Minayo (2002 APUD Marconi e Lakatos, 2006, p 271), a pesquisa qualitativa “responde a questões muito particulares”, (...) “ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos(...)”. Assim, a pesquisa qualitativa interpreta os fenômenos e atribui os significados. Quando ensinamos conteúdo de matemática podemos utilizar a astronomia para melhor compreensão dos alunos. A junção entre os dois conteúdos faz com que os alunos tenham uma visão crítica, social e criativa. Os dados coletados para esse trabalho serão secundários oriundos de livros, internet, periódicos, anais de congressos, artigos de assuntos que envolvem a astronomia e matemática.

A pesquisa será exploratória descritiva, pois segundo Gil (2008, p 27 e 28) a pesquisa exploratória “pesquisa é realizado especialmente quando o tema escolhido é pouco explorado e torna-se difícil sobre ele formular hipótese precisas e operacionalizáveis. ” (...) “exige revisão de literatura, discussão com especialistas e outros procedimentos”. Assim, a pesquisa exploratória, busca explorar temas que foram poucos pesquisados. Muitos professores quando ensinam matemática raramente utiliza a astronomia para explicar os conteúdos de geometria e trigonometria.

> Algumas pesquisas descritivas vão além da simples identificação da existência de relações entre variáveis, pretendendo determinar a natureza dessa relação. Neste caso tem-se uma pesquisa descritiva que se aproxima da explicativa. Por outro lado, há pesquisas que , embora definidas como descritivas a partir de seus objetivos, acabam servindo mais para proporcionar uma nova visão do problema que as aproxima das pesquisas exploratórias.(GIL, 2008, p 28)

Os objetivos descritivos se aproximam da exploratória, pois, a pesquisa vai fazer um apanhado geral da astronomia e da matemática, explorando a aplicação da astronomia no ensino de geometria e trigonometria, proporcionando que os atuais e futuros professores possam atualizar em suas aulas.

Será realizada uma pesquisa com procedimentos bibliográficos, oriundo de livros e artigos relacionados ao tema do projeto: astronomia e matemática.

> Pesquisa bibliográfica é a que se efetua tentando resolver um problema ou adquirir novos conhecimentos a partir de informações publicadas em livro ou documentos similares (catálogos, folhetos, artigos, etc.). Seu objetivo é desvendar, recolher e analisar as principais contribuições teóricas sobre um determinado fato, assunto ou ideia. (Galliano, 1986, p. 109)

Desse modo, será abordado a origem da astronomia, trigonometria e geometria, seus conceitos e suas peculiaridades, e como estes temas estão relacionados como a astronomia pode ser aplicada na matemática. Esse trabalho visa contribuir no ensino da trigonometria e geometria, em busca de novas alternativas para o ensino dos discentes, buscando inová-lo.

10. CONSIDERAÇÃO FINAL

A relação da matemática e da astronomia já estava presente desde os tempos mais remotos, as quais evoluíram juntamente com os povos. Muitos estudiosos utilizaram a matemática para desenvolver a Cosmologia. Esse trabalho teve por finalidade auxiliar professores de matemática, mostrando aplicação da astronomia no ensino da matemática através de situações problemas envolvendo os dois conteúdos. Podemos ensinar os conteúdos de geometria e trigonometria de uma forma diferente, mostrando algumas tendências matemática tais como: Resolução de problema e História da matemática; que pode ser uma ferramenta de ensino.

Os povos já admiravam céu desde a pré-história, já tinham pequenos registros nas cavernas do nosso universo. Os povos usaram a matemática para verificar os movimentos da lua e dos Planetas. No decorrer da história dois fatos importantes, que foram: os pensamentos Geocêntricos e Heliocêntricos. Aristóteles foi um dos pioneiros no pensamento geocêntrico, acreditava que a Terra era o centro do Universo, essa ideia permaneceu por décadas, mas Aristarco de Samos confrontou essa ideia mostrando que a Terra não era o centro do Universo, e muitos outros astrônomos defenderam o pensamento de Aristarco entre eles estão Nicolau Copérnico.

Quando paramos para pesquisar descobrimos que a matemática contribuiu no desenvolvimento da astronomia, deste modo, podemos buscar subsídios na astronomia para ensinar matemática. No ensino de Geometria e trigonometria a astronomia pode ser uma ferramenta para o ensino aprendizagem dos alunos podendo mostrar situações problemas, proporcionando debates, com isso proporcionando-lhes o senso crítico e social e um instinto investigativo, deste modo, tornando as aulas mais criativas.

Percebemos que quando utilizamos astronomia na matemática podemos utilizar outras ferramentas de ensino, tais como: História da Matemática e Resolução de Problema. Esse projeto futuramente será aplicado em sala de aula para testar a validade da mesma, introduzindo os conteúdo de geometria e trigonometria de uma forma diferenciada, utilizando situações problemas que envolva a astronomia.

Deste modo, a finalidade desse trabalho auxiliar os docentes no ensino de geometria e trigonometria através de algumas situações problemas envolvendo astronomia e matemática, e mostrar a importância da História da matemática e a resolução de problema no ensino aprendizagem dos discentes.

11. REFERÊNCIA

ALFONSI, Larissa Garcia; FECHI, Renan Ferreira. RERRARESI, Flávio Henrique. **A geometria e a astronomia na Grécia antiga**. Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP IMECC/ SP; 2006.

ARAÚJO, Acenilso Lima de. **Aplicação de Astronomia no Ensino de Matemática na Educação Básica**. Universidade Federal do Piauí. Teresina-2013.

ARAÚJO, Acenilso Lima de. **Aplicações de astronomia no ensino de matemática**. Teresina-2013.

BONGIOVANNI, Vincenzo. **O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o número**. UNIBAN-SP. REVEMAT- Revista Eletrônica de Educação Matemática. V2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

BORTOLI, Gladis. **Um Olhar Histórico nas Aulas de Trigonometria: Possibilidades de uma prática pedagógica investigativa**. Centro Universitário Univates. UNIVATES. Lajeado, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. – Brasília: MEC/SEF,. 1997. 142p.

BRASIL.MEC. **PCN + Ensino médio: orientações educacionais complementares**. Brasília: MEC/SEMT, 2002.

CARMO, Manfredo Perdigão do. **Geometrias Não-Euclidianas**. Instituto de Matemática Pura e Aplicada – CNPq. Rio de Janeiro, RJ, 6, Dezembro de 1987, 25-48.

COSTA, Daniel dos Santos. **Astronomia E Trigonometria: As Cordas De Ptolomeu**. 2008. 12 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matematica, Universidade Católica de Brasília, Brasilia, 2008.

COSTA, Nielce M. Lobo da. **A História da Trigonometria**. 1997. PUCSP. Disponível em: . Acesso em: 18 de Dezembro de 2015.

DAMINELI, Augusto; STEINER, João. **O fascínio do Universo**. —São Paulo: Odysseus Editora, 2010.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna. **A disciplina e a pratica da pesquisa qualitativa**. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna (orgs). Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens. 2 ed. Porto Alegre: ARTMED, 2006.

Elementos de Euclides. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~jardim/ma620/ma620aula23.pdf. Acessado 10/01/2015.

FREITAS, Brasilio Alves. **Introdução à Geometria Euclidiana Axiomática com a Geogebra**. Universidade Federal de Juiz de Fora, PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Juiz de Fora, 2013.

GALLIANO, Guilherme A. **O método científico: teoria e prática**. São Paulo: Harbra, 1986.

Gil, Antonio Carlos**. Métodos e técnicas de pesquisa social** / Antonio Carlos Gil. - 6. ed. - São Paulo : Atlas,2008.

GUIDON, Niède; MARTIN, Gabriela. **Arte global num único destino: a sobrevivência**. In: Anais do Global Rock Art,. 2009, São Raimundo Nonato.

LIMA, Elon Lages. **Medidas e Formas em Geometria: Comprimentos, Áreas, Volumes e Semelhanças**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1999. 98 p.....

LOPES, Ideusa Celestino. **A cosmologia bruniana como pressuposto de uma "reforma moral"**. Universidade Federal Da Paraíba, Universidade Federal de Pernambuco, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa Integrado De Doutorado em Filosofia. João Pessoa/PB. 2013.

MARCONI, Marina de Andrade e LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia cientifica**. 4ªed. revista e ampliada. São Paulo. Atlas, 2006.

MASSAGO, Sadão. **Axiomas da Geometria Euclidiana**. Abril de 2010.

MORAIS, Carlos Augusto Lopes. **A astronomia no ensino da matemática uma proposta para o ensino secundário**. Departamento de Matemática Aplicada Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Portugal- Março 2003.

NOGUEIRA, SALVADOR. **Astronomia: ensino fundamental e médio**/ Salvador Nogueira, Jõão Bastista Garcia Canalle. Fronteira Espacial- Parte 1. Brasília: MEC, SEB; MCT; AEB, 2009. 232 P. : il. – (Coleção Explorando o ensino ; v.11).

OLIVEIRA, Carlos André Carneiro. **Trigonometria: o radiano e as funções seno, cosseno e tangente**. Universidade Federal de Campina Grande; Mestrado Profissional – PROFMAT/CCT/UFCG. Campina Grande- PB. Abril/2014.

OLIVEIRA, Jaqueline de. **Tópicos selecionados de trigonometria e sua história**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos-SP. 2010.

OLIVEIRA, Juliane Amaral de. **Teorema de Pitágoras**. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Belo Horizonte- MG, 2008.

PEDROSO, Sandra Mara Dias; ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro. **O ensino da Geometria na Educação Básica: Realidade e Possibilidades.**

PORTO, Deivd Andrade. **Historia da Astronomia: a evolução da idéia do universo da antiguidade à idade moderna**. Mestrado nacional Profissionalizante em Ensino de Física.

RICHARDSON, R. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. São Paulo: Atlas, 1999.______Pesquisa social: métodos e técnicas. 2.ed. São Paulo: Atlas, 1989.

SASTISSO, Alessandra Fabian; FARIAS, Aline Gonçalves de; OLIVEIRA, Michele Cristina. **A matemática no ensino da astronomia**. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul-PURS, Faculdade de Matemática- FAMAT. Rio Grande do Sul.

SIMIONATO, Ivane Marcarini; PACHECO, Edilson Roberto. **Um olhar à trigonometria como fonte de motivação em sala de aula**. Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria de Estado da Educação-SEED/PR. s/d.

SIQUEIRA, Regiane Aparecida Nunes de. **Tendências da educação matemática na formação de professores**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná- UTFPR Campus Ponta Grossa; Ponta Grossa/PR, 2007.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA.** Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf>. Acesso em: 19/01/2016.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da Matemática**. Disponível em: . Acesso em: 03 Janeiro. 2016.

SOUSA, Ariane Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Universidade Católica de Brasília- DF.

THOMAZ, Mara Lucia; FRANCO, Valdeni Soliani. **Geometria Não-Euclidiana/ Geometria Esférica**. Disponível em: . Acesso em: 13 de Dezembro de 2012.

UBERTI, Gerson Luiz. **Uma abordagem das aplicações trigonométricas**. Universidade Federal de Santa Catarina- UFSC. Florianópolis/SC, 2003.