



**INSTITUTO LATINO-AMERICANO DE  
TECNOLOGIA, INFRAESTRUTURA E  
TERRITÓRIO (ILATIT)**

**ENGENHARIA DE ENERGIA**

**CUSTO ENERGÉTICO E EFICIÊNCIA DA OBTENÇÃO DE PÍONS  $\pi$ - PARA USO  
DOS MÚONS  $\mu$ - DERIVADOS NA FUSÃO NUCLEAR CATALISADA POR MÚONS**

**ANTONI ALEXANDER ELVIR**

Orientador: Prof. Dr. Jorge Javier Ledesma

Co-orientador: Prof. Dr. Davi da Silva Monteiro

Foz do Iguaçu  
2025

**CUSTO ENERGÉTICO E EFICIÊNCIA DA OBTENÇÃO DE PÍONS  $\pi$ - PARA USO DOS MÚONS  $\mu$ - DERIVADOS NA FUSÃO NUCLEAR CATALISADA POR MÚONS**

ANTONI ALEXANDER ELVIR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Latino-Americano de Tecnologia, Infraestrutura e Território da Universidade Federal da Integração Latino-Americana, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Javier Ledesma

Co-orientador: Prof. Dr. Davi da Silva Monteiro

Foz do Iguaçu  
06/12/2025

# **CUSTO ENERGÉTICO E EFICIÊNCIA DA OBTENÇÃO DE PÍONS $\pi$ - PARA USO DOS MÚONS $\mu$ - DERIVADOS NA FUSÃO NUCLEAR CATALISADA POR MÚONS**

ANTONI ALEXANDER ELVIR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Latino-Americano de Tecnologia, Infraestrutura e Território da Universidade Federal da Integração Latino-Americana, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Energia.

## **BANCA EXAMINADORA**

---

Orientador: Prof. Dr. Jorge Javier Ledesma

UNILA

---

Prof. Dr. Juan Carlos Zamora Cardona

Michigan State University (MSU)

---

Co-orientador: Prof. Dr. Davi da Silva  
Monteiro

UNILA

---

Prof. Dr. Gustavo Paganini Canal

USP

Foz do Iguaçu, 16 de dezembro de 2025

## AGRADECIMENTOS

À minha mãe. Quem, com esforço, procurou para mim um crescimento integral.

A meu avô. A meus tios, Geovanni, Lito, Noel e Omar. E ao Mancho. Por, na minha primeira infância, formarem a minha figura paterna. Por me ensinarem o valor do trabalho. Por ter me apoiado e dado confiança nos meus projetos mais arriscados.

Ao Instituto Tecnológico Taular, à Fundação Taular, à ASJT e à OHM. Pois graças a eles consegui acessar a um ensino médio de qualidade, privilégio que não teria tido sem eles. A Carlos Obed Velásquez, por ser o meu mentor, amigo e ter me ensinado, entre outras coisas, que quem tem dentes deve devorar o mundo, que não devemos perder a nossa capacidade por nos maravilhar, o gosto pela leitura, e que na vida existem rios que devem ser atravessados. A Adolfo Contreras, por incentivar em mim o amor às matemáticas. A Carlos Maradiaga, por me ensinar que é melhor um pássaro na mão do que dois voando. A Sergio Serrano, por me apresentar a música de Facundo Cabral, e me ensinar a não ter apego pelos planos, amassar a folha de papel, e começar de novo. A Carlos Horacio Barahona, por me ensinar a fazer as coisas por amor, que os filmes são uma forma de cultura necessária, e por me apresentar histórias maravilhosas que me inspiram até hoje.

A Saúl José Velásquez, por ser o meu amigo e irmão. Por estar e me apoiar sempre. A Mileisha Zelaya e Katherine Flores, por serem minhas amigas e terem me visitado em Foz do Iguaçu. A Elizabeth Orellana, por ter estado, me motivado, e se importado comigo. A Alex Reyes, por ser o meu amigo e uma figura marcante na minha vida.

À UNILA. Por abrir para mim um mundo de possibilidades. A todos meus Professores: A Rodrigo Eliott quem, sem saber, me ajudou a resolver uma dúvida que carregava comigo por sete anos, na primeira semana de aula, e derivou neste trabalho. A Ricardo Hartmann, por me ensinar noções de termodinâmica, e da importância dos exercícios físicos. A Jorge Ledesma, por me incentivar a ser a melhor versão de mim que pudesse ser, e por acreditar em mim. A Willian Zalewski, pelos seus ensinamentos e paciência durante os nossos projetos de Iniciação Científica. A Walber Ferreira, por ser um exemplo de dedicação.

A todos meus colegas e amigos dessa maravilhosa Universidade, que agora são, também, irmãos, pelos seus ensinamentos e apoio, especialmente a Rudy Álvarez, Marcos Sosa, Alex Tito, Sofia Segura, Wilson Calle, e Jesika Garcia.

A Diego Pardo, Miguel Rojas, Luis Chire, Mijael Maelix, Alex Turpo, Willian Choccata, William Huamani, Bryan Pareja, Raul da Cruz, Elkin Puerta e Jackson Aguilera, por serem uma importante rede de suporte para mim nos últimos anos.

A todas as pessoas maravilhosas que conheci em Foz do Iguaçu, e que me ajudaram a crescer, principalmente a Abraham Díaz, Luziene e Victor Prudencio, Juan Carlos Moreno, Koli Hau e Jonathan Palma. Meu respeito, gratidão e admiração para eles.

A meu amigo Kevin Maradiaga, por dedicar do seu tempo para me ensinar a ser mais organizado e a resolver erros ao programar em Python e C++, a compreender e aplicar melhor o conceito de função e a lógica ao se movimentar pelas pastas de um projeto usando o terminal de Linux.

A todos os programadores que sustentam o software de código aberto.

A Davi da Silva Monteiro, a quem considero não apenas um mentor, mas também um Pai. Por me ouvir e se preocupar por meu desenvolvimento integral. Por me introduzir à física nuclear, e me ensinar noções importantes sobre distribuições de barreira, fluxo de nêutrons, Geant4, ROOT e a importância dos modelos físicos. E por me apresentar pessoas maravilhosas que têm contribuído a orientar melhor o presente trabalho, principalmente Fernando Miletto e Matheus Bonfim, assim como os outros membros do grupo NEAN. Grato a todos eles pela sua disposição em resolver as minhas dúvidas em momentos-chave.

Agradeço a Deus por ter colocado na minha vida todas estas pessoas incríveis, por me dar as oportunidades para me aproximar a um propósito, e pela minha alma invencível. Por me ensinar que não importa quão estreita a estrada seja, ou quão sobrecarregado esteja, sou o mestre do meu destino, sou o capitão da minha alma.

## RESUMO

A fusão nuclear catalisada por múons ( $\mu\text{CF}$ ) é um fenômeno físico bem estudado, mas relativamente pouco conhecido, e que não tem sido descartado como possível abordagem para atingir a fusão nuclear rentável, em termos energéticos, na Terra. Poderia resultar um concorrente interessante frente a tecnologias termonucleares que atualmente são mais desenvolvidas e tem captado mais recursos (como o chamado “tokamak”) pois não requer altas temperaturas. Contudo, é preciso contornar dificuldades essenciais nessa abordagem, tais como reduzir o custo energético por múon obtido, aumentar a taxa de fusões por cada múon, e ainda, o tempo de vida curto desta partícula. Também, tem-se a dificuldade econômica ao realizar os experimentos necessários. Neste contexto, espera-se construir um modelo computacional com o qual possa se avaliar, qual é o efeito da variação de parâmetros de interesse tais como o comprimento, material e geometria do alvo, a energia cinética, tipo e quantidade de partículas aceleradas, no custo energético por pión, e conseqüentemente na eficiência do processo  $\mu\text{CF}$ . Foram utilizadas duas estratégias principais de modelagem, a primeira, de estudo de caso, replicando configurações experimentais realizadas há mais de 30 anos por cientistas do JINR, utilizando o conjunto de bibliotecas Geant4 do CERN, e a segunda, uma abordagem mais teórica baseada na lei de atenuação em alvos estendidos, a análise envoltória de dados (DEA), e hipóteses simplificadoras. Obteve-se, com a primeira estratégia um modelo em ambiente de simulação que permitiu replicar com erro menor a  $\pm 10\%$  as duas configurações experimentais das quais se têm todos os dados, e, com a segunda, encontrou-se uma expressão que mostra: primeiro, que há um limite do ganho por aumento do comprimento do alvo, e, segundo, que o foco nesta linha de pesquisa deve ser voltado ao parâmetro chamado de multiplicidade de interação inelástica, junto aos esforços por “desestagnar” o múon negativo de uma partícula alfa, após de aproximadamente 150 reações de fusão. Estimou-se, um valor máximo de aproximadamente 210 MeV como custo energético por pión negativo, para o ponto de equilíbrio energético. Nesse ponto, a energia de entrada do sistema iguala-se à de saída. Este requisito para que a  $\mu\text{CF}$  seja viável (apenas pela otimização do custo energético para produção do pión), que é um valor altamente restritivo (a massa do pión é  $139.57 \text{ MeV}/c^2$ ). É necessário ainda validar mais e aprimorar o modelo em Geant4 aqui apresentado para utilizá-lo para melhorar o estado da arte nesta linha de pesquisa.

**Palavras-chave:** Fusão nuclear; Eficiência energética; Custo energético; Pión negativo; Múon negativo; Modelagem.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1 HIPÓTESE	15
1.2 OBJETIVOS	15
1.2.1 Objetivo geral	15
1.2.2 Objetivos específicos	15
1.3 ESTRUTURA DESTE TRABALHO	16
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1 A ENERGIA DA FUSÃO NUCLEAR	17
2.1.1 Escolha do combustível	21
2.1.2 Fator de ganho Q	23
2.1.3 Critério de Lawson	23
2.1.4 Ponto de equilíbrio energético e elétrico por energia de fusão	24
2.2 ABORDAGENS E TECNOLOGIAS PARA FUSÃO NUCLEAR	25
2.2.1 Abordagens convencionais	26
2.2.2 Abordagens não convencionais	30
2.3 A FUSÃO CATALISADA POR MÚONS	30
2.3.1 O múon negativo, $\mu^-$	30
2.3.2 O mecanismo da fusão catalisada por múons	32
2.3.3 A história da $\mu\text{CF}$	34
2.3.4 Propostas de usinas a partir de $\mu\text{CF}$	35
2.3.5 Aspectos que influenciam no fator de ganho Q na $\mu\text{CF}$	37
2.4 TÓPICOS DE FÍSICA BÁSICA NECESSÁRIOS PARA ESTE ESTUDO	37
2.4.1 Forças elementares na natureza	37
2.4.2 Colisões: elásticas e inelásticas	38
2.5 TÓPICOS DE FÍSICA DE PARTÍCULAS ÚTEIS NESTE ESTUDO	38
2.5.1 Partículas elementares do modelo padrão	39
2.5.2 Detectores de partículas: a câmara de bolha	39
2.6 TÓPICOS DE FÍSICA NUCLEAR NECESSÁRIOS PARA ESTE ESTUDO	40
2.6.1 A seção de choque	40
2.6.2 Atenuação de fótons, partículas beta e nêutrons num alvo estendido	42
2.7 O CUSTO ENERGÉTICO PARA PRODUÇÃO DE PÍONS $\pi^-$ , PARA A CONSEQUENTE OBTENÇÃO DE MÚONS $\mu^-$	44
2.7.1 Estudos teóricos	44
2.7.2 Estudos experimentais: definição de multiplicidades por partícula incidente e por interação, e cálculo de seções de choque elástica e inelástica	45
2.7.3 Sobre a pouca difusão destes estudos	52
2.8 TÓPICOS NECESSÁRIOS PARA A MODELAGEM NESTE TRABALHO	52
2.8.1 Análise envoltória de dados para decomposição da eficiência técnica	52
2.8.2 O Geant4	55
<b>3 MÉTODOS</b>	<b>55</b>
3.1 DELIMITAÇÃO DO VOLUME DE CONTROLE NESTE ESTUDO: DEFINIÇÃO DE FATORES DE GANHO/EFICIÊNCIA DOS SUBPROCESSOS	55

3.2 MODELAGEM NO GEANT4 DAS CONFIGURAÇÕES EXPERIMENTAIS DO JINR PARA OBTER CUSTOS ENERGÉTICOS POR PÍON $\pi^-$	60
3.2.1 Estrutura do código do modelo em Geant4 proposto	61
3.2.2 Comparação entre os resultados experimentais e resultados da simulação, usando o modelo em Geant4 proposto	68
3.3 EFEITO DO COMPRIMENTO DO ALVO E DA MULTIPLICIDADE DE INTERAÇÃO NA EFICIÊNCIA DE PRODUÇÃO DE PÍONS $\pi^-$	72
3.3.1 Definição do sub-fator de eficiência alvo em termos da multiplicidade por partícula incidente	73
3.3.2 Uma expressão para a multiplicidade por partícula incidente	74
3.3.3 Discussões para otimização da multiplicidade de interação $\langle n\pi^- \rangle$ interação	76
3.3.4 Variação do comprimento e material do alvo e busca pelo $\langle n\pi^- \rangle$ interação ótimo no Geant4	78
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>78</b>
<b>5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>81</b>
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>84</b>

## DEFINIÇÕES E SIGLAS

**μCF** - Fusão Nuclear Catalisada por Múons (*Muon Catalyzed Fusion*).

**CERN** - Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear.

**DEA** - Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis*).

**DMU** - Unidade Decisória em análise DEA (*Decision Making Unit*).

**DT** - Deutério-Trítio (mistura de combustível para fusão nuclear).

**EAST** - Reator de fusão tipo tokamak localizado em Hefei, China (*Experimental Advanced Superconducting Tokamak*).

**Geant4** - Conjunto de bibliotecas do CERN para simulação de passagem de partículas pela matéria.

**ICF** - Fusão por Confinamento Inercial (*Inertial Confinement Fusion*).

**ITER** - Reator Experimental Termonuclear Internacional (*International Thermonuclear Experimental Reactor*).

**JINR** - Instituto Unificado de Pesquisas Nucleares, em Dubna (*Joint Institute for Nuclear Research*).

**LINAC** - Acelerador Linear (*Linear Accelerator*).

**MeV / GeV** - Mega elétron-volt / Giga elétron-volt (unidades de energia).

**NIF** - Instalação Nacional de Ignição (*National Ignition Facility, EUA*).

**POO** - Programação Orientada a Objetos.

**SPARC** - Smallest Possible ARC, é um reator do tipo tokamak que está sendo contruído nos Estados Unidos, por iniciativa do MIT.

**Tokamak** - Transliteração do acrônimo russo токамак, que significa “câmara toroidal com bobinas magnéticas”.

**WEST** - Reator de fusão tipo tokamak localizado na França (*Tungsten Environment in Steady-state Tokamak*).

## LISTA DE FIGURAS

**Figura 1** - Comparação de métricas de qualidade de vida (morte infantil e IDH) vs. consumo de energia e emissões de CO<sub>2</sub> (2019)

**Figura 2** - Energia de ligação por núcleon (MeV) em função do número de núcleons A.

**Figura 3** - Variação na energia potencial U entre dois núcleos em função da distância de separação.

**Figura 4** - Seção de choque  $\sigma$  para diversas reações de fusão em função da energia cinética.

**Figura 5** - Produtos das densidades do plasma com tempos de confinamento para os critérios de Lawson e encendido.

**Figura 6** - Taxonomia conceitual das abordagens de fusão nuclear conhecidas.

**Figura 7** - Comparação entre tecnologias não-tokamaks e experimentos tipo tokamak.

**Figura 8** - Diferença entre acionamento direto e indireto no confinamento inercial (ICF).

**Figura 9** - Ciclo do processo de fusão catalisada por múons para a mistura DT.

**Figura 10** - Proposta básica de reator baseado no mecanismo de  $\mu$ CF.

**Figura 11** - Fotografia de rastro de partículas em uma câmara de bolha.

**Figura 12** - Estimativa de  $\pi$  pelo método de Monte Carlo

**Figura 13** - Experimento de medição da absorção de radiação em alvo de espessura t.

**Figura 14** - Decomposição de eficiências em sistemas de produção de duas etapas.

**Figura 15** - Processo composto por P etapas em série.

**Figura 16** - Modelos DEA para processos com etapas em paralelo e fluxos não imediatos.

**Figura 17** - Estrutura básica do projeto de simulação (versão v01.00).

**Figura 18** - Evento d+Be simulado no Geant4 com deflexão por campo magnético.

**Figura 19** - Arquitetura do código e relações entre arquivos.

**Figura 20** - Formato dos dados de entrada no arquivo de automação config.sh.

**Figura 21** - Comportamento assintótico da função de atenuação  $1-e^{(-\sigma nt)}$ .

## LISTA DE TABELAS

**Tabela 1** - Tipos de interações fundamentais na natureza e suas intensidades.

**Tabela 2** - Resultados empíricos do JINR para custo energético por  $\pi^-$  e multiplicidades.

**Tabela 3** - Rendimentos e custos energéticos para diferentes configurações com feixe de deuteron a 1 GeV.

**Tabela 4** - Compilação completa de dados experimentais e estimativas para as configurações estudadas.

**Tabela 5** - Comparação entre valores experimentais e simulados para casos com contagem de píons conhecida.

**Tabela 6** - Comparação entre valores experimentais e simulados para casos com dados incompletos (graus de liberdade)

**Tabela 7** - Análise da densidade de elementos da tabela periódica para justificar a escolha de alvos de Berílio e Carbono como alvos pelo JINR.

# 1 INTRODUÇÃO

Segundo o Centro de Resiliência de Estocolmo [1] existem nove critérios interligados para mensurar a condição de equilíbrio do nosso Planeta. Os limites de 6 deles já foram ultrapassados [2]. Pela sua forte influência nos outros, a mudança climática antropogênica é considerada uma das principais. O Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas alerta que um aumento de 1,5 °C na temperatura global média, previsto para ocorrer entre 2030 e 2052, teria efeitos irreversíveis. Para evitar esse cenário, é necessário reduzir as emissões de CO<sub>2</sub> provenientes de combustíveis fósseis em pelo menos 45% até 2030, tomando como base os níveis de 2010 ([3], p. 6 - 8, 14, 16). Outras emissões, tais como as de metano e óxido nitroso, entre outros, também devem ser consideradas.

Vaclav Smil ([4], p. 37-41) questiona, com uma análise da densidade de potência (W/m<sup>2</sup>), se as fontes de energia renovável e a geração distribuída são, de fato, uma solução técnica e econômica para megacidades. Desde 2007 essas cidades compõem mais da metade da população global, podendo atingir um 70% para 2050. Smil conclui que nessa data tais fontes ainda *não supririam nem um terço da demanda destas*. Para ele, embora previsões sejam arriscadas, os fundamentos físicos nessas áreas são claros. Ou seja, tecnologias tais como solar, eólica e biocombustíveis, podem oferecer um valioso aporte no alívio da crise climática atual, mas, objetivamente, não são suficientes. Já Edoardo Campanella [5], aponta que existe *um desafio negligenciado* nesta “quarta transição energética”, já que historicamente temos optado por fontes com densidades energéticas (MJ/kg) cada vez maiores, o que facilita

[1] Stockholm Resilience Centre, Stockholm University, "Planetary boundaries: The evolution of the planetary boundaries framework," Online report, 2023. [Online].

[2] K. Richardson et al., "Earth beyond six of nine planetary boundaries," \*Sci. Adv.\*, vol. 9, no. eadh2458, 2023.

[3] IPCC, \*Global Warming of 1.5 °C: an IPCC Special Report on the impacts of global warming of 1.5 °C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change, sustainable development, and efforts to eradicate poverty. Summary for Policymakers\*, Rep. SR15, World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 2019.

[4] V. Smil, "Distributed Generation and Megacities. Are Renewables an Answer?," \*IEEE Power & Energy Magazine\*, 2019. doi: 10.1109/MPE.2018.2884112.

[5] E. Campanella, "The overlooked challenges of the green transition," \*Macro Research\*, 2024.

a expansão da economia, mas, que no marco atual, estamos fazendo o contrário; cita, aliás, que as energias renováveis requerem pelo menos dez vezes mais área por unidade de potência, em comparação com combustíveis tradicionais. Isso poderia repercutir direta ou indiretamente em outros limites apontados pelo Centro de Resiliência de Estocolmo, tais como o de integridade da biosfera, incorporação de novas entidades, e (consequente) perda de biodiversidade e extinção de espécies.

A energia nuclear ou o hidrogênio poderiam representar uma mudança para combustíveis com maior densidade energética e de potência, alinhado com transições passadas [5]. Mas, apesar do seu potencial para mitigar as mudanças climáticas, a tecnologia de fissão nuclear enfrenta desafios sociais, e obter a aceitação pública é especialmente desafiador, sendo necessárias estratégias além do desenvolvimento tecnológico para acalmar estas preocupações ([6], p. 1, 3). Por sua vez, o hidrogênio, sendo obtido a partir de hidrólise ou outros processos, é um vetor (e não uma fonte) de energia, com múltiplas ineficiências envolvidas nas etapas de produção, armazenagem, transporte e utilização [7]; o hidrogênio geológico poderia tornar-se uma fonte primária de baixa emissão de carbono, capaz de atender a demanda mundial por cerca de 200 anos [8]. Seu potencial é estimado em  $1.4 \times 10^{16}$  MJ. Contudo, a recuperação da maior parte desse recurso enfrenta grandes dificuldades de extração e armazenamento. Devido a essas incertezas, essa proposta ainda exige maior desenvolvimento tecnológico. Sendo assim necessária a procura de opções energéticas com o potencial de ter um aporte significativo, neste trabalho, em particular, é facilitada uma visão introdutória referente às abordagens e tecnologias de fusão nuclear [9], com especial ênfase na *fusão catalisada por múons*, que é uma abordagem que propõe atingir a fusão nuclear a temperatura ambiente. O múon negativo é um tipo de partícula de vida média curta, com a mesma carga do elétron, e maior massa.

[5] E. Campanella, "The overlooked challenges of the green transition," \*Macro Research\*, 2024.

[6] S. Hoedl, "A Social License for Nuclear Technologies", J. Black-Branch and D. Fleck, Eds., T.M.C. Asser Press, The Hague, 2019, doi: 10.1007/978-94-6265-267-5\_2.

[7] Z. Abdin et al., "Hydrogen as an energy vector," \*Renewable Sustain. Energy Rev.\* , vol. 120, no. 109620, 2020. doi: 10.1016/j.rser.2019.109620.

[8] G. Ellis and S. Gelman, "Model predictions of global geologic hydrogen resources," \*Sci. Adv.\* , vol. 10, no. eado0955, 2024. doi: 10.1126/sciadv.ado0955.

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/L0KuAx1COEk>.

Segundo LaPointe ([10], p. 4) é possível obter aproximadamente 1 MJ/kg de reações químicas de combustíveis líquidos, e 5 MJ/kg de combustíveis sólidos; da fissão nuclear de U235, ao redor de  $8 \times 10^7$  MJ/kg; da fusão nuclear (deuteron-tritón), na faixa de  $3,5 \times 10^8$  MJ/kg; e da antimatéria, quando juntada à matéria,  $9 \times 10^{10}$  MJ/kg aproximadamente. Assim, a **fusão nuclear** excede à combustão química dos combustíveis mais densos energeticamente em sete ordens de grandeza, sendo a segunda fonte de energia mais eficiente que conhecemos, só depois dos processos de aniquilação da matéria com antimatéria ([11], p. 940), e a que supõe menos barreiras técnicas e teóricas entre estas duas.

Esta monografia parte de uma perspectiva geral para delimitar gradualmente o escopo do estudo. O trabalho inicia com uma breve contextualização das abordagens (física) e tecnologias (engenharia) de fusão nuclear. Posteriormente, o foco é direcionado à fusão catalisada por múons ( $\mu$ CF), com uma explicação introdutória de seu processo. Já nesse ponto, se realiza uma modelagem de uma usina hipotética de fusão nuclear ( $\mu$ CF), realizando uma análise DEA (envoltória de dados). O objetivo é modelar a eficiência global desta usina, em função da eficiência dos seus subprocessos. Em seguida, o escopo é restrito aos aspectos que geram ganho energético real. Ou seja, ([12] p. 105) 1) melhorar a eficiência de produção de múons ou 2) aumentar a quantidade de energia que apenas um múon pode devolver pela sua catalização. Nesse ponto o escopo é delimitado apenas para o primeiro desses aspectos, para posteriormente realizar uma modelagem com **Geant4** de experimentos realizados por cientistas do JINR até 1995, para obter o custo energético por pión negativo, que é a partícula predecessora do múon negativo. Logo, se considera a modelagem DEA anteriormente realizada, assim como o parâmetro chamado de multiplicidade, que é apropriadamente introduzido, e se mostra como ele afeta diretamente a eficiência da hipotética usina de  $\mu$ CF. Finalmente, se avalia o efeito da variação do comprimento, desde o ponto de vista de uma modelagem teórica, pois “a escolha do comprimento ótimo do alvo de berílio para minimizar o gasto de energia requer mais pesquisas teóricas e experimentais” ([13], p. 8).

[10] M. Lapointe, "Antimatter propulsion," Tech. Rep. NASA-TM-2020-190404, NASA, Cleveland, OH, USA, 2020. [Online].

[11] G. Smith, D. P. Coughlin, "High Density Storage of Antimatter for Space Propulsion Applications, ed. M. S. El-Genk, Amer. Inst. Phys., Melville, NY, 2001.

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[13] N. Viryasov, et al., Tech. Rep. JINR P1-91-455, JINR, Dubna, Russia, 1991.

## 1.1 HIPÓTESE

A motivação deste trabalho foi determinar se para uma configuração experimental que consiste na colisão de um núcleo atômico com uma energia cinética conhecida (medida em MeV ou GeV) com um alvo de determinado material, o aumento do comprimento do alvo vai ter um efeito representativo no custo energético na obtenção de píons  $\pi^-$ , que decaem para obter-se múons  $\mu^-$ , que podem ser utilizados para fusão nuclear de isótopos de hidrogênio: deutério e trítio. Formula-se, então, a hipótese de que existe um comprimento ótimo do alvo onde os projéteis acelerados colidem, que otimiza o fator de ganho global  $Q_{elec}$  de um determinado arranjo experimental ou usina de  $\mu$ CF, que pudesse ser projetada.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

Estudar os aspectos teóricos e metodológicos relacionados à eficiência energética da obtenção de píons negativos para o aproveitamento dos múons negativos resultantes no de interesse energético chamado de fusão nuclear catalisada por múons.

### 1.2.2 Objetivos específicos

1. - Estudar as generalidades da fusão nuclear como alternativa energética.
2. - Compreender quais são os requisitos mínimos para que a fusão nuclear seja energeticamente rentável.
3. - Desmistificar a fusão nuclear no contexto da Engenharia de Energia, desde uma perspectiva clássica (sem aprofundar em conceitos próprios da mecânica quântica).
4. - Aprofundar referente à fusão catalisada por múons. Não foram encontradas evidências que descartem seu uso como alternativa energética. Esta abordagem oferece oportunidades de desenvolvimento, especialmente por ter recebido menos atenção que as tecnologias termonucleares e inerciais. Aliás, é possível aproveitar ferramentas de software que têm sido desenvolvidas após os últimos experimentos de interesse para este estudo. Ou seja, aqueles referentes à obtenção de píons para uso dos múons resultantes na  $\mu$ CF.

5. - Reproduzir resultados experimentais do custo energético para obtenção de píons negativos (e conseqüente múons negativos) com estudos de caso via simulação.

6. - Avaliar se existe um comprimento ótimo do alvo no tipo de processo para obtenção de píons aqui estudado.

### 1.3 ESTRUTURA DESTE TRABALHO

Este estudo avalia a influência de parâmetros relevantes (principalmente o comprimento do alvo) sobre o custo energético de produção de píons negativos. Com isso, espera-se atingir novas perspectivas referentes a se a fusão catalisada por múons poderia chegar a ser (ou não) energeticamente rentável. Para isso, se realizaram três tipos de modelagem: Uma análise DEA (análise envoltória de dados) orientada a modelar uma hipotética usina de fusão nuclear pelo mecanismo  $\mu$ CF e delimitar o objeto de estudo aos aspectos prioritários desta usina; uma modelagem em [Geant4](#) (que busca replicar experimentos de colisão de núcleos atômicos, realizados para obter o custo energético da obtenção do pión  $\pi^-$ , predecessor do  $\mu^-$ ); e uma modelagem mais teórica, para avaliar o efeito do comprimento do alvo neste custo. A análise DEA serve às últimas duas modelagens. Portanto, as seções principais deste trabalho são 3.2.2 e 3.3.2. O restante oferece uma contextualização relativamente sucinta mas também descritiva. Este trabalho é dirigido, principalmente, a estudantes do curso de Engenharia de Energia que não estão familiarizados com conceitos específicos de física nuclear e física de partículas, que são necessários em pontos específicos do presente.

Uma contextualização rápida pode ser obtida dirigindo a atenção às seções 2.7.2, 2.8.1, 3.2.1, e 3.3.2, e retornando às equações, figuras e tabelas referenciadas conforme necessário. Uma leitura mais aprofundada deste trabalho pode fornecer uma visão geral trazendo fundamentos teóricos (desde os itens 2.1 até 2.6), e detalhes técnicos necessários para as modelagens (em 2.7 e 2.8). A delimitação propriamente dita é realizada até a seção 3.1 uma vez se tenham claros os conceitos mínimos necessários.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 A ENERGIA DA FUSÃO NUCLEAR

A humanidade sempre requereu de fontes de energia para atender a necessidades vitais e não essenciais. As necessidades vitais são supridas pela energia fornecida pelo sol, i.g., por meio da luz e do calor, da biodiversidade e do oxigênio do ar ([12], p. 7). De fato, quase toda energia que usamos pode ser considerada como derivada da fusão nuclear que ocorre no nosso sol ou que aconteceu em outras estrelas (há milhões de anos), sendo coletada, armazenada e transformada por processos naturais ([14], cap. 9).

Figura 1 – Comparação de métricas de qualidade de vida (morte infantil e IDH) vs. consumo de energia (kg de petróleo/pessoa) e emissões de CO2 (toneladas/pessoa), em diferentes países (representados por círculos), 2019.



Fonte: [www.gapminder.org/tools](http://www.gapminder.org/tools).

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[14] J. Sathaye et al., "Greenhouse Gas Mitigation Assessment: A Guidebook," in \*Greenhouse Gas Mitigation Assessment: A Guidebook\*, 2nd ed., Dordrecht Heidelberg London New York: Springer Science+Business Media, 2015, ch. 9. doi: 10.1007/978-94-015-8466-19.

A quantidade de energia consumida num país se correlaciona com quase toda métrica de qualidade de vida, mas essas métricas também se relacionam de forma similar com as emissões de CO<sub>2</sub> por pessoa (fig. 1). Controlar a fusão nuclear de maneira energética e economicamente rentável, é um desafio multidisciplinar, que, caso resolvido, teria um aporte importante no problema de reduzir essas emissões, mas mantendo a qualidade de vida [9].

A fusão nuclear é o processo que envolve a união de núcleos atômicos para formar um núcleo maior, sendo de interesse energético pelas propriedades da interação que mantém unidos seus componentes (prótons e nêutrons), chamados de núcleons ([12], p. 10). É bem sabido que na natureza são encontradas quatro interações fundamentais, sendo elas: gravitacional (entre massas), eletromagnética (entre cargas elétricas), forte (entre cargas de cor) e fraca (considera-se que ocorrem entre cargas elétricas e de cor); cada uma associada a um “tipo” de energia ([15], p. 10-11). Dentre elas a de maior magnitude é a interação forte, por várias ordens de grandeza, e atua a distâncias próximas ao diâmetro do próton (que é ~0,8768 fm), aproximadamente a  $10^{-13}$  cm ([16], 1994, p. 44).

A energia necessária para manter um núcleon no núcleo é chamada de ligação. Essa energia tende a aumentar juntamente ao número atômico  $A$ , como mostrado na figura 2, mas seu crescimento vai diminuindo em núcleos maiores (a força de Coulomb começa a atuar mais do que a forte) até atingir um máximo no ferro (Fe), onde se estabiliza em torno de 8 MeV ( $1 \text{ MeV} = 1,602 \times 10^{-13} \text{ J}$ ). Pode ocorrer o caso em que dois núcleos muito leves (à esquerda do ferro) se fusionam, e o novo núcleo tenha mais energia de ligação total, mas sua massa seja menor do que a soma das massas dos átomos predecessores: parte dela teria sido convertida em energia ([12], p. 11, 12), i.g., um núcleo de hélio (<sup>3</sup>He) mais um nêutron (n) têm massa menor que de dois núcleos de deutério (<sup>2</sup>H, “D” ou “d”). No caso oposto, quando um núcleo extremamente pesado (como o urânio) é dividido em núcleos mais leves, energia

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/L0KuAx1COEk>.

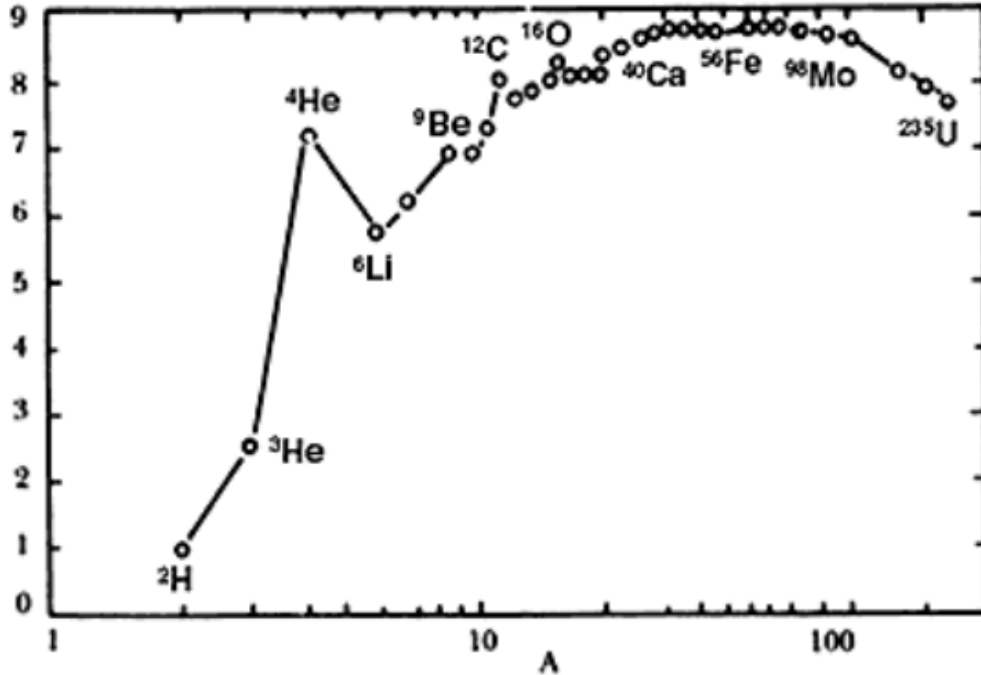
[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[15] A. Mishi et al., "Fundamental interactions of nature: Classical unification of gravitational and electromagnetic forces," \*Afr. J. Environ. Nat. Sci. Res.\* , vol. 3, no. 6, 2020.

[16] B. Frois and M. Karliner, "Where does nucleon spin come from? Exactly how quarks form a neutron and a proton is one of the most enigmatic problems in particle physics," \*Physics World\*, 1994. [Online]. Available: [10.1088/2058-7058/7/32/7](https://doi.org/10.1088/2058-7058/7/32/7).

também é liberada: este é o processo de fissão nuclear, que já é empregado para aproveitamento energético.

Figura 2 – Energia de ligação por núcleon (MeV) em função do número de núcleons A (prótons/nêutrons) que compõem o núcleo para todos os elementos naturais. Observe a energia de ligação máxima em torno do ferro.



Fonte: BENITO, 1993, [12], p. 11.

O anterior pode ser melhor entendido considerando a relação relativística entre energia total de uma partícula,  $E$ , seu momento  $p$ , e a sua massa,  $m$  ([17], p. 1):

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (Eq. 1),$$

onde  $c \simeq 3 \times 10^8$  m/s, é a velocidade da luz. Ou seja, a energia total é a soma da energia cinética (associada ao momento) e a associada à massa em repouso: então, energia, momento e a massa são entidades intercambiáveis. Um processo que envolve conversão de massa em energia é altamente eficiente em termos de densidade energética (J/kg), principalmente pela quarta potência presente no último termo desta expressão.

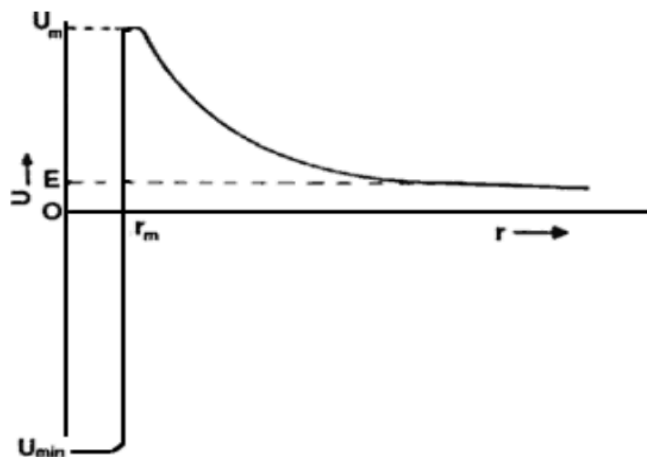
[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[17] A. Freire, \*Introdução à física de partículas: tópicos de física\*, Coleção CBPF, 1st ed., Editora livraria física, São Paulo, Brasil, 2010.

As principais vantagens da fusão sobre a fissão são ter uma densidade energética maior e não produzir resíduos radioativos *após* a reação. Esses fatores eliminam as objeções contra a energia nuclear em grande medida. Além disso, o combustível mais promissor é composto por isótopos de hidrogênio (deutério e trítio). O deutério pode ser obtido da água, pelo que (sem considerar ainda as dificuldades associadas à obtenção de trítio) a fusão seria uma fonte de energia que cumpriria virtualmente com qualquer demanda, uma vez dominada.

No entanto, a fusão nuclear é desafiadora devido à força de Coulomb: para que ocorra, desde um ponto de vista clássico, os núcleos devem ter uma energia cinética ( $E_0$ ) maior que a barreira de potencial repulsivo para que se possam aproximar o suficiente e sejam atraídos pela força nuclear, caindo no poço de potencial (energia  $-U_{min}$ ), como mostrado na figura 3 ([12], p. 14). As partículas que caíram neste poço de potencial podem se mover na região  $r < r_m$ , com energia cinética  $E_0 + U_{min}$ , mas não pode escapar dela ([39], p. 251). Isso permite a força forte atuar, na medida que esses núcleos “vibram”, até se fusionarem. Se considerado o fenômeno chamado de tunelamento quântico, a energia requerida para a fusão pode ser menor, com alguma probabilidade. O núcleo formado entra em um estado excitado e posteriormente libera o excesso de energia na forma de radiação ou partículas.

Figura 3 – Variação na energia potencial  $U$  entre dois núcleos em função da distância de separação entre eles. Podemos imaginar o relevo de um terreno. A grandes distâncias, eles se repelem porque a inclinação os empurra em direção a um  $r$  maior; mas se conseguirem passar por cima da colina, os núcleos se atraem fortemente.



Fonte: BENITO, 1993, [12], p. 14.

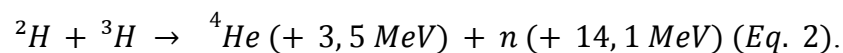
[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[39] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

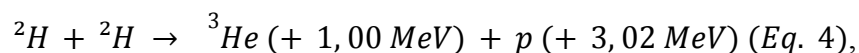
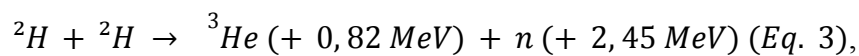
Essa dificuldade se associa a um alto nível de complexidade do reator, traduzida a altos custos económicos. Contudo é possível que, após atingido o ponto de equilíbrio energético, com melhorias técnicas, esses custos sejam reduzidos ([12], p. 9), como já foi feito com tecnologias como os painéis fotovoltaicos, por exemplo.

### 2.1.1 Escolha do combustível

É possível replicar as reações de fusão nuclear que acontecem nas estrelas utilizando aceleradores de partículas, que, mesmo consumindo mais energia do que a retornada, são extremamente úteis para experimentos. Um dos principais parâmetros nessas observações é a seção de choque  $\sigma$  [ $cm^2$ ], que mede a probabilidade de que um determinado processo de interesse aconteça, e que será apropriadamente definida na seção 2.6.1. Graças a essas pesquisas é possível determinar quais reações de fusão são atrativas para a obtenção de energia ([12], p. 15), sendo a que entrega mais energia e tem maior probabilidade de acontecer, a reação entre deutério ( $^2H$ ) e trítio ( $^3H$ ) que devolve um átomo de  $^4He$ , um nêutron e 17,6 MeV de energia:



Há também reações entre deutérios com dois resultados possíveis, cada um com a mesma probabilidade de acontecer:

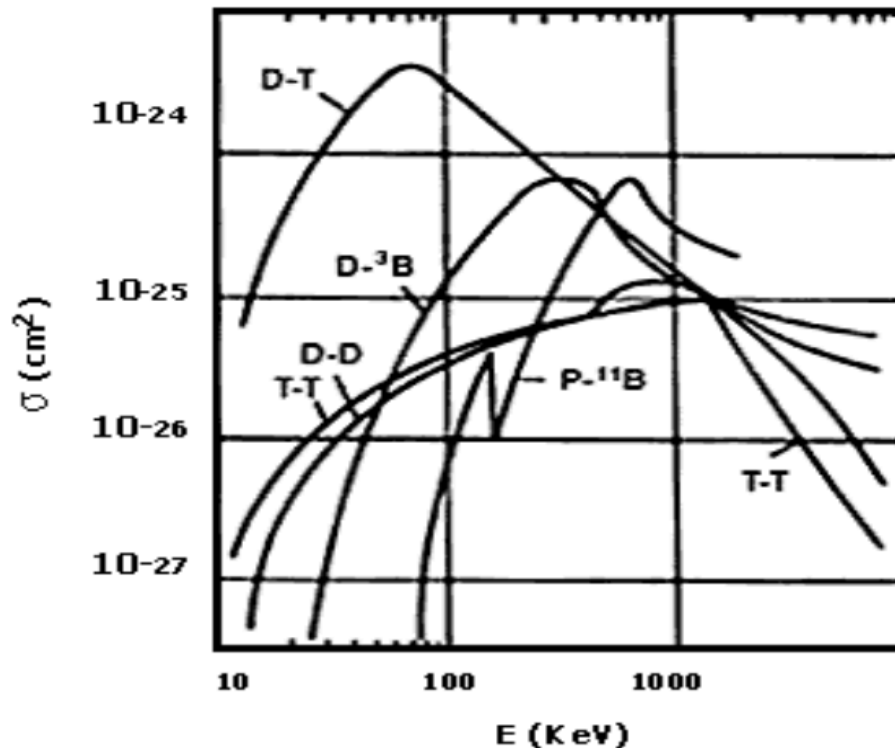


obtendo-se 3,27 e 4,02 MeV, respectivamente (uma média de 3,645 MeV/reação); essas e outras reações de interesse são apresentadas na fig. 4 ([12], p. 16, 17). Além das mencionadas, apenas outras duas que poderiam chegar a ser práticas para obtenção de energia,  $^2H + ^3He$ , que devolve 18,3 MeV, e  $p + ^{11}B$ , com 8,7 MeV [9].

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/LOKuAx1COEk>.

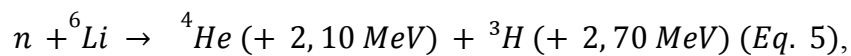
[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

Figura 4 – Seção de choque  $\sigma$  para as diversas reações de fusão indicadas, em função da energia cinética dos núcleos antes da reação. A escala é logarítmica. A reação mais fácil de ser alcançada é a do deutério com o trítio.



Fonte: BENITO, 1993, [12], p. 17.

A reação deutério-trítio continua sendo a melhor opção atualmente, devido à sua alta seção de choque a menores energias, embora produza nêutrons energéticos. Para suportar essa reação, propõe-se o uso de uma camisa de lítio natural (composta 7,4% por  ${}^6\text{Li}$ ) ao redor do reator, que absorve os nêutrons e produz trítio ( ${}^3\text{H}$ , “T” ou “t”) via a reação:



o lítio é relativamente abundante na Terra, e permitiria um ciclo de trítio autossustentável, usando  ${}^2\text{H}$  e  ${}^6\text{Li}$  como combustíveis nucleares ([12], p. 16, 17). Para que a reação ocorra de forma eficiente, os nêutrons, inicialmente de 14,1 MeV (eq. 2) devem ser desacelerados à escala de **nêutrons térmicos** (até aproximadamente 0,025 eV). Isso aumenta drasticamente a probabilidade (seção de choque) de reação para a captura de nêutrons, seguindo a chamada lei  $1/v$ . Esse processo é chamado de moderação ([39], p. 455, 501-502).

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[39] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

Se existisse um moderador ideal seria: (1) barato e abundante, (2) quimicamente estável, (3) com massa próxima de um, ou seja, núcleos leves (para absorver a quantidade máxima de energia em uma colisão com um nêutron de forma eficiente), (4) líquido ou sólido para que sua densidade seja alta e (5) com uma seção de choque de captura de nêutrons mínima. O carbono, na forma de grafite, satisfaz (1), (2), (4) e (5), e devemos compensar uma perda relativamente pequena de energia de nêutrons por colisão aumentando a quantidade de moderador. A água comum satisfaz (1), (2), (3) e (4), mas os prótons na água têm uma seção de choque muito alta para capturar um nêutron ( $n + p \rightarrow d + \gamma$ ). A água pesada tem uma seção de choque de captura de nêutrons muito pequena, e as capturas que ocorrem levam ao trítio. Mas é relativamente caro de separar. O berílio ( $Z = 4$ ) e o BeO também são usados como moderadores, mas são difíceis de trabalhar, e são tóxicos ([39], p. 508).

### 2.1.2 Fator de ganho $Q$

O efeito desejado ao considerar a fusão nuclear como alternativa energética é tipicamente descrito na literatura como o de obter a maior quantidade de energia via esse processo na saída do reator ( $E_{saída,fus}$ ), pela menor quantidade de energia elétrica investida na entrada ( $E_{entrada,elec}$ ), isso é representado com o parâmetro  $Q$  [9]:

$$Q = \frac{E_{saída,fus}}{E_{entrada,elec}} \quad (Eq. 6),$$

que é definido como um fator de ganho (ou de eficiência), e que deve chegar a ser maior do que a unidade, para ter um excedente energético ([12], p. 19)..

### 2.1.3 Critério de Lawson

Para obter esse excedente, é necessário submeter o combustível nuclear (i.g., D-T) a condições de confinamento específicas por tempo suficiente, garantindo que os núcleos

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/L0KuAx1COEk>.

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[39] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

superem a força de Coulomb. Essas condições dependem do tipo de abordagem adotada, que podem ser divididas em “frias” e quentes, sendo necessário que: 1) a densidade de partículas do gás combustível  $n_{combustível}$  seja suficiente e 2) o tempo médio para perdas de energia ( $\tau_{confinamento}$ ) também seja alto, o que é expressado com um critério de emparelhamento:

$$n_{combustível} * \tau_{confinamento} = f(T_{combustível}, \epsilon) \text{ (Eq. 7)},$$

onde  $T_{combustível}$  é a temperatura do combustível, e  $\epsilon$  a eficiência com a qual a energia é captada na camisa de lítio e convertida em energia útil ([12] p. 18, 24).

Segundo Zachary Hartwig [9], para fusão termonuclear (abordagens quentes) o anterior pode ser compreendido de forma simples com a analogia das condições mínimas requeridas para a queima de madeira, que são: a quantidade certa dos combustíveis, uma faísca, e um tempo no qual os elementos da reação permaneçam próximos o suficiente. Nesse tipo de abordagem (termonuclear) essa condição é expressa como ([12], p. 24):

$$n_{combustível} * \tau_{confinamento} \geq \frac{3T_{combustível} * n_{combustível}^2}{P_{fusão} * (\frac{\epsilon}{1-\epsilon}) - P_{radiação}} \text{ (Eq. 8)},$$

onde  $P_{fusão}$  e  $P_{radiação}$  são as potências de fusão e radiação, respectivamente. Essa condição é chamada critério de Lawson, e é conhecida desde 1955, o que denota um maior desenvolvimento teórico e tecnológico orientado a esse tipo de abordagem.

#### 2.1.4 Ponto de equilíbrio energético e elétrico por energia de fusão

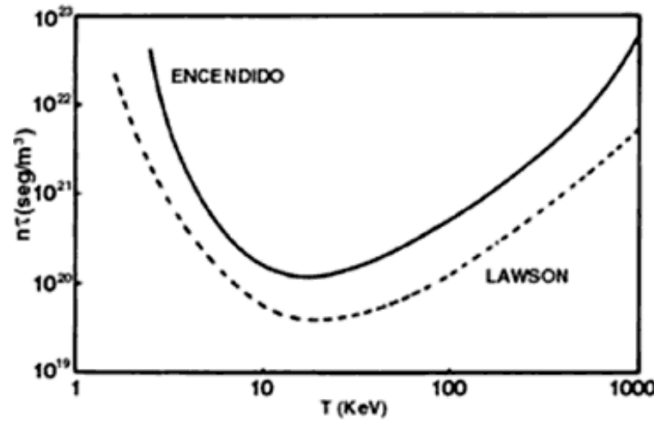
Quando o fator de ganho é  $Q = 1$ , é chamado de ponto de equilíbrio energético, o primeiro objetivo a ser atingido para mostrar que é possível replicar a fusão energeticamente rentável na Terra; desta condição deriva o critério de correspondência (eq. 7) e consequentemente o critério de Lawson. Ainda, existem as condições para ignição ( $Q > 1$ ), e

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/LOKuAx1COEk>.

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

de rentabilidade económica ( $Q \gg 1$ ). A condição de ignição é mais restritiva do que o critério de Lawson ([12], p. 24, 25), como mostrado na figura 5.

Figura 5 – Produtos das densidades do plasma  $n_{combustível}$  com tempos  $\tau_{confinamento}$ , necessários para que a sua energia (medida mediante temperaturas  $T_{combustível}$ ) permaneça confinada, tanto emparelhando as perdas e ganhos (critério de Lawson), quanto em condições para ignição, ambos em função da temperatura do plasma.



Fonte: BENITO, 1993, [12], p. 25.

Notando que o fator  $Q$  não considera as perdas após a manta de lítio (equação 6), neste trabalho definimos o parâmetro  $Q_{elec}$ , como sendo:

$$Q_{elec} \equiv \frac{E_{saída,elec}}{E_{entrada,elec}} \quad (Eq. 9),$$

onde  $E_{entrada,elec}$  e  $E_{saída,elec}$  são as energias elétricas de entrada e saída, respectivamente, no volume de controle total da usina de fusão nuclear a ser projetada.

## 2.2 ABORDAGENS E TECNOLOGIAS PARA FUSÃO NUCLEAR

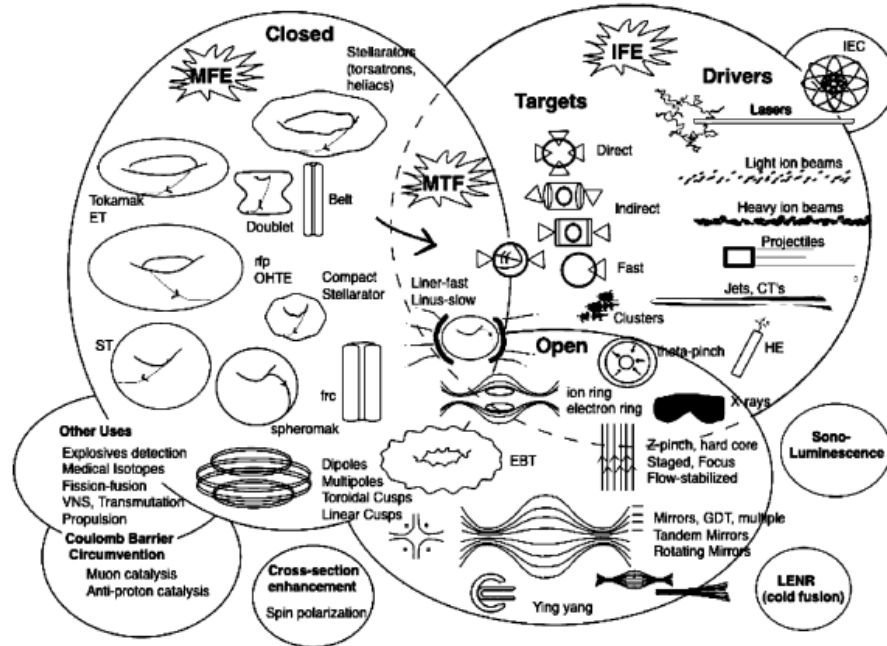
Para fomentar a inovação de conceito, principalmente entre cientistas jovens, Woodruff ([18]), agrupa as abordagens convencionais e não convencionais de fusão nuclear, fornecendo uma visão geral de todas as categorias num diagrama de Venn (Fig. 6),

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[18] S. Woodruff, "An Overview of Tokamak Alternatives in the US Fusion Program with the Aim of Fostering Concept Innovation," \*J. Fusion Energy\*, vol. 23, pp. 27-40, 2004.

conseguindo mostrar de maneira didática a taxonomia das distintas maneiras conhecidas de conseguir fusão nuclear.

Figura 6 – Taxonomia conceitual das abordagens de fusão nuclear conhecidas. As principais categorias englobam as abordagens de tipo de confinamento magnético e inercial. Outras abordagens menos conhecidas como a fusão catalisada por múons são colocadas em grupos adjacentes mais pequenos.



Fonte: Woodruff (2004), [18].

### 2.2.1 Abordagens convencionais

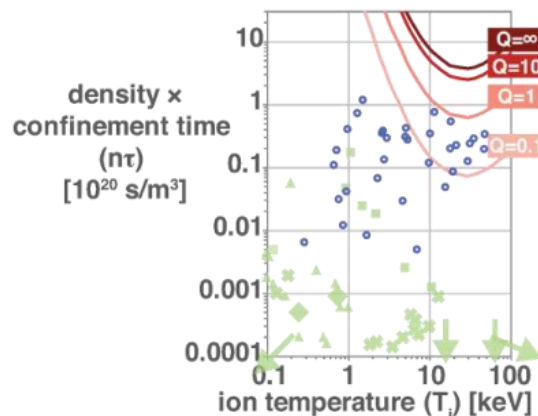
Existem tantas propostas para tentar atingir a fusão rentável que pode chegar a ser extremamente difícil distinguir qual é a melhor opção; mas, dentre elas, as duas abordagens principais são de tipo tokamak (acrônimo em russo para “câmara toroidal com bobinas magnéticas”), e o confinamento inercial (ICF). O tokamak tinha se mostrado consistentemente como sendo a mais promissora para atingir o ponto de equilíbrio energético [9], como pode ser visto na figura 7, seja por motivos físicos, tecnológicos ou, inclusive, históricos. Até que em 2022 o NIF (National Ignition Facility, EUA), não apenas atingiu mas também superou esse limite ( $Q > 1$ ) com a abordagem de confinamento inercial, e atingindo recentemente um  $Q = 4$ .

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/LOKuAx1COEK>.

[18] S. Woodruff, "An Overview of Tokamak Alternatives in the US Fusion Program with the Aim of Fostering Concept Innovation," \*J. Fusion Energy\*, vol. 23, pp. 27-40, 2004.

Os tokamaks são câmaras destinadas a confinar plasma a altas temperaturas usando campos magnéticos, e aproveitando ele para recircular o plasma, obtendo uma corrente para, uma vez aquecido com microondas, provocar a colisão das partículas do combustível, fazendo com que os núcleos se fusionem. Alguns dos experimentos principais tipo tokamak que entraram em operação nos próximos anos são o SPARC e o ITER. O primeiro busca mostrar a influência de um potente campo magnético na redução do tamanho da usina e no fator econômico, e aponta a um  $Q = 2$ . O segundo é uma colaboração entre vários países e aponta a um  $Q = 10$ , [9]. Outros exemplos relevantes são o EAST e o WEST.

Figura 7 – Tecnologias não-tokamaks (em verde), comparadas a experimentos tipo tokamak (até 1997), em azul.



Fonte: HARTWIG (2017), [9].

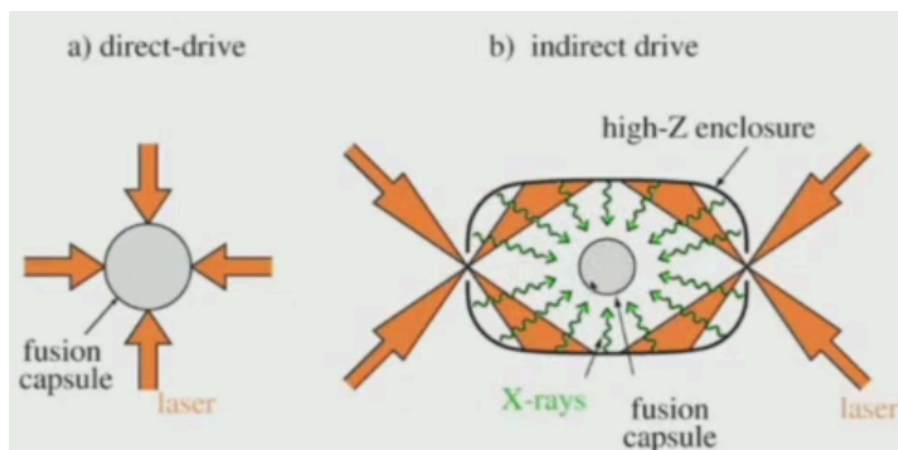
Na abordagem de confinamento inercial (ICF), lasers ou fontes de energia pulsada e intensa comprimem e aquecem pellets de combustível de deutério-trítio congelado de tamanho milimétrico, causando uma implosão que provoca uma densidade ultra-alta (centenas de gramas por centímetro cúbico), além de formar um "ponto quente" central que se expande e propaga outros eventos de fusão, ou combustão. Mesmo tendo atingido a ignição com um  $Q = 4$ , essa abordagem ainda precisa contornar duas dificuldades importantes: 1) Que, devido a que (no NIF), foi adotada uma abordagem indireta para evitar uniformidades e instabilidades (figura 8), onde o laser atinge uma cápsula (chamada de "hohlraum") para que sejam os raios-x resultantes os que comprimam e aqueçam o pellet, ainda deve ser atingido um  $Q$  próximo de 100 para viabilidade econômica [19]; e 2) A frequência de disparo dos 192

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/LOKuAx1COEk>.

[19] S. Atzeni, D. Callahan, and A. Lopatka, "ICF and IFE principles, including indirect- and direct-drive schemes: a review and discussion," Webinar, Physics Today, American Institute of Physics, 2025.

lasers empregados, que são os mais potentes do mundo (NIF), deve ser aprimorada de uma vez por dia, aproximadamente, à escala de hertz [9].

Figura 8 – Acionamento direto e indireto no confinamento inercial (ICF).



Fonte: ATZENI, CALLAHAN (2025)

Woodruff [18] cita as abordagens (conceitos) convencionais e suas respectivas tecnologias (experimentos) adotadas como investimentos sérios nos Estados Unidos (todos eles de confinamento inercial [alvos/conduzidos] ou magnético [abertos/fechados]), aqui são apenas mencionados brevemente, sendo elas:

1. - Aceleradores de íons/elétrons: Acelerador de fusão de feixe de partículas (Localizado no SNL, 1980). Aurora (Localizado em Harry Diamond, 1972). Experimento de alta corrente (LBNL, 2002). Experimento de combinação de feixes (1996). Experimento de foco final em escala. Experimentos de foco no canal (LBNL, ~ 2004). Experimento Linac de feixe único (LBNL, 1980–1986). Experimento múltiplos feixes (LBNL, 1985–1991). STS-500 (LLNL, ~ 2004). Proto II (SNL, 1977).

2. - Configurações de campos invertidos: ASTRON (LLNL, 1973). CSS (Uwashington, 1990). Firex (Cornell). FRX-B (LANL, 1979). FRX-C/LSM (LANL). FRX-L (LANL, 2003). HBQM (Uwashington, ~1990). LSX (Uwashington, 1986–1991). PHD (Uwashington, 2004). RECE (Cornel). TCS (Uwashington, 1999). TRX, TRX-1,2 (STI [Uwash], 1980–1986).

[9] Z. Hartwig, "MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017)," Video. YouTube, Feb. 6, 2017. [Online]. Available: <https://youtu.be/LOKuAx1COEk>.

[18] S. Woodruff, "An Overview of Tokamak Alternatives in the US Fusion Program with the Aim of Fostering Concept Innovation," \*J. Fusion Energy\*, vol. 23, pp. 27-40, 2004.

3. - Dispositivos de anel e cúspides internacionais: CTX (Columbia, 1999). FM-1 (PPPL, 1971–1976). LDX (MIT, 1999). LSP (PPPL, 1970–1971). Octopolo levitado (UW, década de 1970). Octopolo (San Diego, 1965). Quadrupolo (San Diego, LANL e ORNL, 1968). SCL (LLNL, 1971). Spherator (PPPL, 1968). SP-3 (PPPL, 1969). SURMAC (UCLA, 1981). TORMAC (1978).

4. - Elmo Bumpy Torus: EBT (ORNL, começos da década de 1980). EBS (ORNL).

5. - Espelhos: Alice (LLNL, década de 1960). Baseball (LLNL). Espelho rotante (1980). Mabneto-Bernoulli Experiment (Utexas, 2003). MCX (UMO, 1999). MFTF-B (LLNL, 1983). Múltiplos espelhos (1977). Phadrus-B (Uwisc, 1987). Table Top (LLNL, década de 1950). Tandem Mirror (UW). TARA (MIT, 1984). TMX, TMX-U (LLNL Tandem 1979). Toy Top (LLNL, década de 1950). 2XIIB (LLNL).

6. - IEC: Fusor Farnsworth (década de 1950). Hirsch IEC (1967–1968). PFX-I (LANL, 1994–2002). POPS (LANL, 2000). Outros experimentos IEC (Uwisc, Illinois e Daimler década de 1990).

7. - Laser IFE: Argus (LLNL, 1978). Cyclops (LLNL, 1976). Nike (NRL). NIF (LLNL, 1997). Nova (LBNL, 1985). Novette (LBNL, 1983). Omega (Rochester, 1996). Shiva (LLNL, 1979).

8. - Pitada toroidais (e rfps): Gamma (LLNL, 1958). MST (UW, 1985). OHTE (GA, 1981–1988). Perhapsatron S-4 (LANL, 1958). Scyllac (LANL). SFT (LANL). SLX (LANL). ZT-1 (LANL, 1970–1974). ZT-40M (LANL, 1981). ZTH (LANL).

9. - Pitada Z e pitada tetra-lineares: Beliscões fortes. Focalização de plasma denso (1965–1970). Implodindo revestimentos (1980). LASL (LANL, 1980). Pitada linear rápida (LANL). Scylla (LANL). Z (SNL, 1997). ZAP (Uwash, 1995).

10. - Variantes do Tokamak: ET (UCLA). HIT e HITII (Uwash, 1994). Medusa (Uwisc, década de 1990). NSTX (PPPL, 1999). Pegasus (Uwisc, 1999).

11. - Spheromaks: BCTX (UCB, década de 1990). Bellan (Caltech, 1999). Beta-II (LLNL, década de 1980). CTX (LANL, década de 1980). PS (UMO). S1 (PPPL, década de 1980). SIHI (Uwashington, 2003). SSPX (LLNL, 1999). SSX (Swarthmore, 1999).

12. - Stellarators: Stellarators A, B, C (Princeton, décadas de 1950 e 1960). ATF (ORNL, década de 1980). CAT (Auburn, década de 1990). HSX (UW, 1996). Hybritron (LLNL, década de 1960). IMS (UW, 1978). NCSX (PPPL, ~ 2006). Proto-Cleo (UW, 1970).

## 2.2.2 Abordagens não convencionais

Já as abordagens não convencionais [18], são a fusão catalisada por múons, a fissão-fusão, fusão por impacto por jatos, o espelho tandem cineticamente estabilizado e a sonoluminescência. Note-se que na figura 6, existem conceitos *separados* do maior grupo: isso guarda uma analogia com que não são aceitos pela comunidade científica, por motivos históricos, como no caso do LENR ou a assim chamada “fusão a frio”, que é considerado um fiasco entre a comunidade científica, pois em 1989, Martin Fleischmann e Stanley Pons proclamaram ter atingido fusão espontânea, sem evidência nem reprodutibilidade, de parte da comunidade acadêmica.

Neste trabalho, o foco é voltado para a fusão catalisada por múons, que é uma abordagem séria para tentar atingir fusão nuclear rentável energeticamente, mas da qual ainda não tem sido demonstrada sua viabilidade técnica (em termos de eficiência energética) devido, principalmente, ao custo energético para produzir cada partícula catalisadora, como veremos a seguir; essa abordagem, embora pouco conhecida, é interessante pois não tem base termonuclear, ou seja, não emprega energia térmica, pelo que faz desnecessárias altas temperaturas [12], podendo acontecer a temperatura ambiente (não deve ser confundida com o LENR). Isso nos leva a plantear o questionamento de se, caso seja possível atingi-lá de maneira eficiente, seria competitiva economicamente com tecnologias de fusão em desenvolvimento, mas uma análise econômica caberia neste quesito, posteriormente, depois de nos familiarizar com todos os aspectos técnicos de relevância.

## 2.3 A FUSÃO CATALISADA POR MÚONS

### 2.3.1 O múon negativo, $\mu^-$

Os múons são partículas elementares da família dos léptons, instáveis, com carga positiva ( $\mu^+$ ) ou negativa ( $\mu^-$ ), com massa de 206,77 vezes a do elétron ( $105,66 \text{ MeV}/c^2$ ), com

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[18] S. Woodruff, "An Overview of Tokamak Alternatives in the US Fusion Program with the Aim of Fostering Concept Innovation," \*J. Fusion Energy\*, vol. 23, pp. 27-40, 2004.

carga igual à do elétron ou pósitron ( $\pm e$ , respectivamente) e meia-vida de  $2,2 \mu\text{s}$  ([20], p.2), na natureza, eles estão presentes nos raios cósmicos, onde foram descobertos por Anderson e Neddermeyer entre 1936 e 1937 ([21], p. 105). Eles são o produto do decaimento espontâneo de píons ( $\pi^+$  e  $\pi^-$ , respectivamente), que por sua vez provêm de interações nêutron-nêutron ([22], p. 3) interações próton-nêutron ou próton-próton [23]. Podemos compreender melhor o que é um  $\mu^-$  se imaginamos um elétron pesado de vida curta em condições não relativísticas (quando não se move perto da velocidade da luz), ao passo que o píon  $\pi^-$  é uma partícula que transmite as forças nucleares de um núcleon para outro, de forma semelhante a como os fótons transmitem a força electromagnética [12].

Os múons podem ser obtidos tanto por raios cósmicos quanto por aceleradores de partículas; essas fontes diferem na energia associada a  $\mu^\pm$  e na quantidade por área e tempo (fluxo ou intensidade). Grandes quantidades dessas partículas são obtidas diariamente em aceleradores de partículas como LINACs (Aceleradores Lineares), cíclotrons e síncrotrons, com grande fluxo e diferentes faixas de energia ([24], p. 34). Com estes múons negativos é perfeitamente possível realizar reações de fusão, mas, como dissemos, a um elevado custo energético, associado principalmente ao fato de obter e acelerar determinada partícula o suficiente para, após uma colisão com um alvo, obter píons com determinada probabilidade, e seu posterior decaimento em  $\mu^\pm$ .

Os múons observados na superfície da Terra são produzidos na atmosfera pela colisão de raios cósmicos primários com moléculas suspensas. Eles estão associados a uma

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[20] J. Nagamine et al., "Introductory Muon Science," High Energy Accelerator Res. Org., Tsukuba, Japan, 2003.

[21] L. Dorman and I. Dorman, "History of the first discovery in cosmic rays," in \*History of the first discovery of cosmic rays. The meson-muon and solar cosmic rays\*, Coyoacán, 2013, pp. 105-127.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p.3, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[23] J. Norbury, "Pion total cross section in nucleon - nucleon collisions," Tech. Rep. NASA-TP-215953, NASA, Washington, D.C., USA, 2009, pp. 1-14.

[24] - AMATO, Alex. Physics with Muons. From Atomic Physics to Solid State Physics. Primeira edição. Suíça: Script - Lecture, 2017.

variedade de energias, mas em intensidade baixa demais para que se possa aproveitar para fusão. O fluxo máximo observado ao nível do mar de um múon com energia  $E$  corresponde a valores de  $300 \text{ MeV} < E < 1 \text{ GeV}$  e é de 1 múon por centímetro quadrado por segundo para cada valor de  $E$  nesta faixa, ou seja, cerca de  $10^4 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1}$  ([25], p.18); múons com energias maiores que 1 GeV também são detectados, mas a uma taxa que diminui à medida que o valor de  $E$  aumenta. Ao realizar cálculos podemos corroborar que se quiséssemos aproveitar esse fluxo cósmico de  $\mu$  entre 0,5 e 1 GeV para  $\mu\text{CF}$ , precisaríamos coletá-lo em uma área de vários milhares de quilômetros quadrados, o que é claramente inviável.

### 2.3.2 O mecanismo da fusão catalisada por múons

O fenômeno  $\mu\text{CF}$  compreende uma série de etapas que conformam um processo bastante simples de ser descrito, como apresentado na figura 9. Quando um  $\mu^-$  se aproxima de um isótopo de hidrogênio, ele substitui um elétron por ser mais massivo. O raio de Bohr do novo meso-átomo passa a ser 207 vezes menor do que um átomo de hidrogênio "normal" [22]. Como o hidrogênio se agrupa em moléculas diatômicas, é mais fácil para os dois núcleos "contornarem" a barreira de Coulomb; fusão se torna então muito mais provável. No caso de uma mistura de deutério-trítio (DT) com densidade igual ou maior que  $4,25 \cdot 10^{22}$  átomos/cm<sup>3</sup> ([26], p.20), **esse processo é repetido cerca de 150 ou mais vezes para um único  $\mu^-$ . Obtemos em média 17,6 MeV por reação, ou seja, aprox. 2,5 GeV por múon** [27]. A captura do múon incidente para  $\mu\text{CF}$  ocorre se o  $\mu^-$  tiver uma energia associada entre 1,4 keV ([28], p.1) e 10 keV, energia na qual é lançado novamente após a fusão ser concluída

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p.3, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[25] - TUEROS, Edith. Dissertação, Ciências e aplicações Geoespaciais. Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, Brasil, 2016.

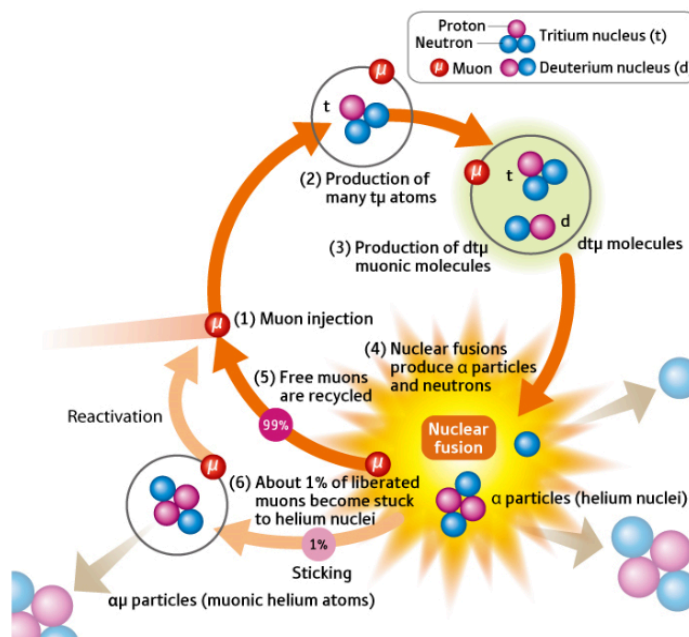
[26] B. Brunelli and G. Leotta, "Fusão muônica e fusão com núcleos polarizados," in \*Fusão muônica e fusão com núcleos polarizados\*, European Physical Society, Geneva, Switzerland, 1987.

[27] S. Gerstein, L. I. Ponomarev, and V. Korzhavin, " $\mu^-$  meson catalysis of nuclear fusion in a mixture of deuterium and tritium," \*Phys. Lett. B\*, vol. 239, no. 3, pp. 1-10, 1977, doi: 10.1016/0370-2693(77)90067-3.

[28] I. Atsuo et al., "Muon catalyzed fusion, present and future," in \*Proc. AIP Conf. Proc. 2179\*, Hokkaido, Japan, 2020, pp. 1-7. doi: 10.11484/jpconf.2179.1-7.

até ser repentinamente capturado por um átomo de hélio ([29], p.46). As pesquisas que buscam avaliar se a fusão catalisada por múons pode ser uma alternativa energética se centram, principalmente, em tentar reduzir essa taxa de estagnação.

Figura 9 – Processo da fusão catalisada por múons (especificamente para a mistura DT [há também para outros combustíveis, com menor probabilidade de acontecer]).



Fonte: [newenergyandfuel.com](http://newenergyandfuel.com)

O motivo pelo qual o elétron acaba sendo trocado pelo múon, e porquê este se acaba aderindo ao DT, pode ser explicado, em palavras de Dafne F. Jackson, citadas integralmente, a seguir ([36], p. 7):

“Até o momento, as reações e o espalhamento nucleares têm sido considerados em termos da interação de um feixe de projéteis com um alvo, assumindo-se implicitamente que a energia dos projéteis é suficientemente alta para que a estrutura extranuclear do alvo possa ser ignorada. Ou seja, que a estrutura atômica do alvo não afeta as reações nucleares. Os elétrons orbitais, no entanto, interagem com os momentos magnéticos e quadripolos nucleares, o que dá origem às estruturas hiperfinas observadas nos espectros atômicos, de modo que informações sobre os núcleos podem ser obtidas a partir das propriedades atômicas.

[29] L. Simons et al., "On the production of exotic atoms," in \*On the Production of Exotic Atoms: From Basic Facts to Advanced Techniques Exotic Atoms in Condensed Matter\*, Springer, Cham, 2020, pp. 34-53. doi: 10.1007/978-3-642-76372-4.

[36] D. E. Jackson, Nuclear Reactions. London, U.K.: Chapman and Hall, 1969.

De forma semelhante, informações podem ser obtidas a partir das propriedades de átomos muônicos, que são formados quando um múon, que é essencialmente um elétron pesado, é capturado por um átomo. O múon geralmente é capturado em um estado com alto número quântico e decai para um estado mais baixo, mais fortemente ligado, com a emissão de raios-x. Como, na linguagem da antiga teoria quântica, o raio de Bohr de uma órbita é inversamente proporcional à massa da partícula, a órbita do múon, mais pesado, passa muito mais perto do núcleo do que a de um elétron com os mesmos números quânticos, e as propriedades dos átomos muônicos são muito mais sensíveis aos detalhes da distribuição da carga nuclear”.

### 2.3.3 A história da $\mu$ CF

Os momentos de maior relevância no desenvolvimento da fusão catalisada por múons ([22] p. 2-4) foram:

1947. Powell et al. descobriram o múon. Frank F.C. propôs usar múons negativos para catalisar fusões nucleares.

1948. Sakharov teorizou a fusão catalisada por múons no deutério líquido e estimou a vida do  $dd\mu$  ( $\sim 10^{-11}$  s), mostrando que um múon pode catalisar muitas fusões.

1954. Zeldovich concluiu que os múons poderiam catalisar a fusão de isótopos de hidrogênio, com alta chance de fusão após a formação da mesomolécula.

1957. Álvarez et al. confirmaram experimentalmente a catálise da fusão  $p + d$  por múons em Berkeley; Cristi et. viram um múon catalisar duas reações de fusão al., e notaram que as distâncias entre as duas diminuíram com maior proporção de deutério.

1957. Jakson analisou o mecanismo e seu potencial energético, mas a sua conclusão foi que perdas e tempo entre ciclos tornariam a  $\mu$ CF inviável. O interesse no tema caiu após isso.

1960. Zeldovich e Gerstein revisaram a  $\mu$ CF em hidrogênio frio, detalhando informações e estimulando um pouco o interesse na área novamente.

1962. Dzhelepov et al. iniciaram experimentos de interações de múons negativos em hidrogênio gasoso.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p. 2-4, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

1977. Gerstein e Ponomarev demonstraram que um múon  $\mu^-$  em mistura d+t pode catalisar  $\sim 100$  fusões nucleares, liberando  $\sim 2$  GeV [27]. Isso reavivou o interesse na  $\mu$ CF.

1978. Vinitsky, Ponomarev et al. avaliaram teoricamente as mesomoléculas  $dd\mu$  e  $dt\mu$ , identificando estados excitados que permitiam a formação ressonante das  $\sim 100$  reações catalisadas por múon.

1980. Dzhelepov et al. investigaram experimentalmente a fusão D+T via  $dt\mu$ , variando densidade e temperatura. Mediram emissão de nêutrons e taxa de formação de  $dt\mu$ .

1983. Ponomarev destacou o avanço da  $\mu$ CF graças à cooperação internacional, e uma proposta de fissão-fusão ( $dt\mu$ ) de Petrov.

1983. Jones et al. realizaram experimentos com mistura D-T em alta densidade, observando que a taxa de fusão variava com a temperatura, de acordo com pesquisa anterior.

1986. Jones et al. observaram que a maior densidade da mistura D-T aumentavam as fusões por cada múon e reduzia-se a probabilidade de estagnação no átomo de hélio, prevendo até 300 reações a  $2.3 p_0$  (sendo  $p_0$  a densidade do hidrogênio líquido a temperatura ambiente).

1987. Foi lançada a nova revista especializada "Muon Catalyzed Fusion", que publicava anais de conferências e resultados de pesquisas nesta área. Foi procurada essa revista para este trabalho, mas os indícios são mínimos, e principalmente encontrados em cirílico, numa biblioteca do JINR, como é detalhado a seguir.

#### 2.3.4 Propostas de usinas a partir de $\mu$ CF

Segundo Julio M. Benito ([12] p. 105-106), uma proposta de reator com base no mecanismo da fusão catalisada por múons, utilizando a tecnologia atual, que poderia ser construída (se demonstrada a sua viabilidade) e que é mostrada na figura 10, requer dos seguintes elementos:

1. - Acelerador de partículas: que direciona um feixe de partículas até um alvo.
2. - Alvo de um material específico (i.g., carbono ou lítio): quando atingido pelas partículas aceleradas, são obtidos múons  $\mu^-$  (entre outras partículas, mesmo que em [12] apenas se mencione a obtenção direta de  $\mu^-$ ; algumas de estas partículas como píons e

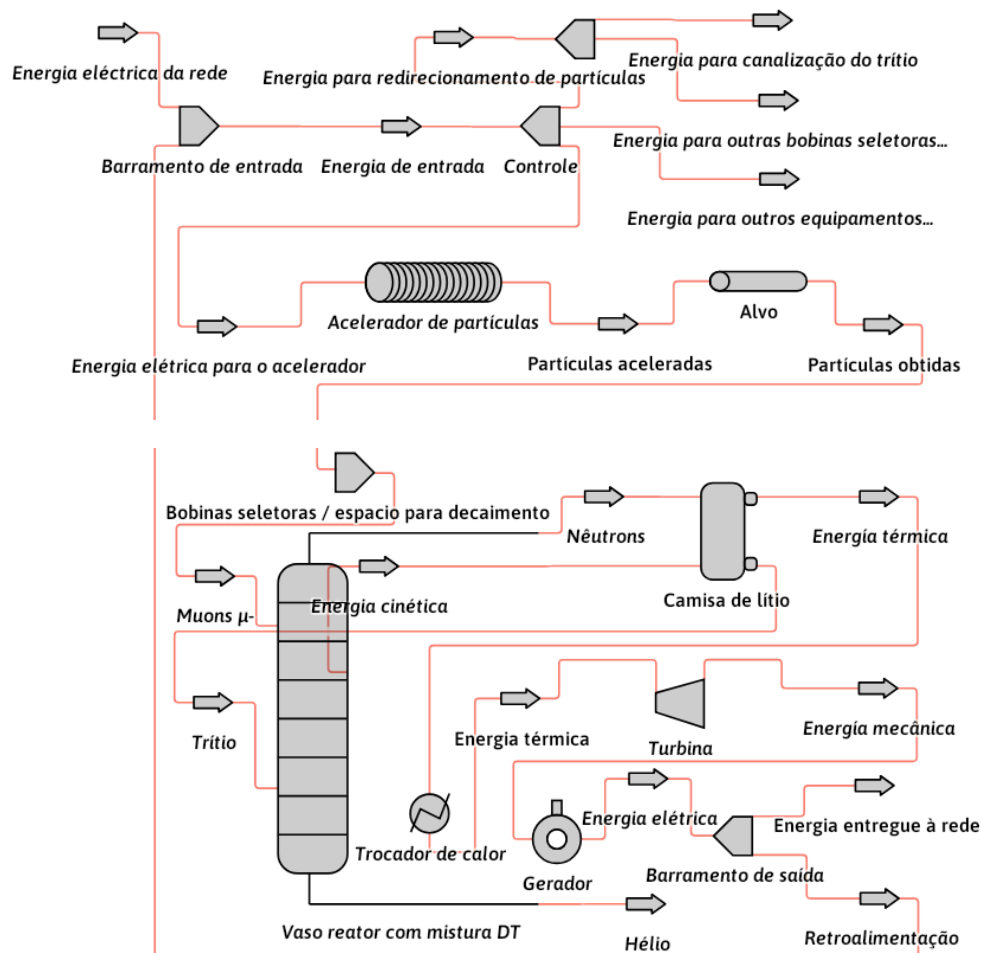
[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[27] S. Gerstein, L. I. Ponomarev, and V. Korzhavin, " $\mu^-$  meson catalysis of nuclear fusion in a mixture of deuterium and tritium," \*Phys. Lett. B\*, vol. 239, no. 3, pp. 1-10, 1977, doi: 10.1016/0370-2693(77)90067-3.

partículas estranhas, tais como  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^-$ , etc [17], podem decair em  $\mu^-$ ). O possível motivo pelo qual são escolhidos esses materiais é discutido por meio da tabela 7, na seção 4, mas também, pode ser devido a que é esperado que o material atue, em parte, como moderador. Ou seja, que seja relativamente abundante, e de baixo número atômico para que a energia das partículas aceleradas seja depositada no alvo com poucas colisões, permitindo que o alvo não seja muito comprido ([39], p. 508).

3. - Vaso com mistura de deutério e trítio: onde ocorrem as reações de fusão.
4. - Purificador para a remoção do hélio do vaso.

Figura 10 – Representação básica de proposta de reator com base no mecanismo da fusão catalisada por múons.



Fonte: Baseado em [12], p. 105-106, elaboração própria em DWSIM com adição de alguns detalhes

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[17] A. Freire, \*Introdução à física de partículas: tópicos de física\*, Coleção CBPF, 1st ed., Editora livraria física, São Paulo, Brazil, 2010.

[39] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

5. - Camisa de lítio: para deposição da energia cinética dos nêutrons e produção de trítio, mediante a reação  $1n + 3,6Li \rightarrow 1,3H + 2,4He + 4.78 \text{ MeV}$ , que ocorre com nêutrons térmicos (a baixas energias).

6. - Sistema de canalização do trítio produzido de volta para o vaso.

7. - Trocador de calor: para remover o calor da camisa de lítio.

8. - Turbina: para a conversão da energia térmica em energia mecânica.

9. - Gerador: para a conversão da energia mecânica em energia elétrica.

10. - Sistema de barramento principal e sistema de auxiliares elétricos: para aproveitamento de parte da energia elétrica (quando a usina opere em regime permanente), e de entrega à rede

### 2.3.5 Aspectos que influenciam no fator de ganho $Q$ na $\mu\text{CF}$

Segundo Julio Benito ([12], p. 105), existem duas possibilidades que podem das esperanças à fusão catalisada por múons (chamada por ele neste ítem de fusão fria):

1. - Melhorar a eficiência de produção de múons  $\mu^-$ , para abaixar o requerimentos sobre o número de reações catalisadas por múon; ou

2. - Encontrar mecanismos para diminuir a frequência de adesão do múon  $\mu^-$  à partícula  $\alpha$  (núcleo de  ${}^4\text{He}$ ), aumentando o número de reações catalisadas por múon  $\mu^-$ .

## 2.4 TÓPICOS DE FÍSICA BÁSICA NECESSÁRIOS PARA ESTE ESTUDO

### 2.4.1 Forças elementares na natureza

As interações entre partículas que ocorrem na natureza podem ser classificadas em quatro tipos, de acordo com suas intensidades e seus respectivos intervalos de alcance, como apresentado na tabela 1 ([17], p. 13). A seção de choque (terceira coluna da tabela) é apropriadamente introduzida em 2.6.1. Note que a interação gravitacional é muito mais fraca do que as outras, vários ordens de grandeza menor à forte e eletromagnética.

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[17] A. Freire, \*Introdução à física de partículas: tópicos de física\*, Coleção CBPF, 1st ed., Editora livraria física, São Paulo, Brazil, 2010.

Tabela 1 – Tipos de interações na natureza.

Interações	Intensidade	Alcance	Seções de Choque	Vidas Médias
Forte	10	$10^{-13}$ cm	$10^{-26}$ cm <sup>2</sup>	$10^{-23}$ seg
Eletromagnética	$10^{-2}$	$\infty$	$10^{-32}$ cm <sup>2</sup>	$10^{-16}$ seg
Fraca	$10^{-5}$	$\ll 10^{-13}$ cm	$10^{-38}$ cm <sup>2</sup>	$10^{-8}$ seg
Gravitacional	$10^{-40}$	$\infty$	—	—

Fonte: Freire, 2010, [17], p. 13.

#### 2.4.2 Colisões: elásticas e inelásticas

As colisões que conservam a energia cinética são ditas elásticas e, quando ocorre variação de energia cinética, são ditas inelásticas. Nas colisões perfeitamente inelásticas, os corpos seguem juntos, resultando na maior perda possível de energia cinética do sistema. Se são dadas as massas, as velocidades e ângulos iniciais e as colisões são elásticas ou perfeitamente inelásticas, então existe solução analítica para as velocidades finais dos dois corpos. Nos casos intermédios, é necessária mais informação, como um ângulo de deflexão ou o coeficiente de restituição [31].

Aqui, o conceito será usado no contexto de física nuclear e de altas energias, onde, para fins práticos, a única diferença é que a energia cinética pode resultar na obtenção de outras partículas, segundo a equação 1.

## 2.5 TÓPICOS DE FÍSICA DE PARTÍCULAS ÚTEIS NESTE ESTUDO

A física de altas energias, também chamada de física de partículas, aborda alguns conceitos que podem ser úteis, se deseja entender a totalidade do presente documento, se recomenda certo grau de familiaridade com os seguintes conceitos.

[17] A. Freire, \*Introdução à física de partículas: tópicos de física\*, Coleção CBPF, 1st ed., Editora livraria física, São Paulo, Brazil, 2010.

[31] V. Matos, "Oblique plastic collisions," \*Elementary Science Journal (Revista de Ciência Elementar)\*, vol. 12, no. 2, p. 017, Jun. 2024. doi: 10.24927/rce2024.017.

### 2.5.1 Partículas elementares do modelo padrão

O Modelo Padrão de Partículas Elementares representa uma estrutura teórica abrangente que organiza e explica os blocos fundamentais da matéria. Este modelo categoriza as partículas elementares em grupos distintos: quarks, léptons e bósons, que coletivamente formam o que é coloquialmente conhecido como o "zoológico de partículas" [32]. O desenvolvimento deste modelo emergiu de décadas de experimentos com raios cósmicos e aceleradores de partículas, e fornece uma abordagem sistemática para a compreensão das interações entre partículas por meio de forças fundamentais mediadas por partículas específicas: glúons para interações fortes, fótons para interações eletromagnéticas e bósons para interações fracas [33]. Essa estrutura teórica evoluiu à medida que a resolução experimental melhorou, permitindo que os cientistas investigassem estruturas cada vez menores e desenvolvessem uma imagem coerente das partículas elementares [34].

### 2.5.2 Detectores de partículas: a câmara de bolha

As partículas elementares do modelo padrão não são abstrações esotéricas. São resultado de experimentos realizados com ajuda de muitas ferramentas, uma delas, os detectores de partículas, tais como os contadores Geiger, que são usados, por exemplo, para obter o fluxo de múons e píons provenientes de raios cósmicos, ao nível do mar. Outro exemplo é a câmara de bolha, que, embora seu uso tenha diminuído ([35], p. 55, 103), são um exemplo muito didático de detector, e seu uso é amplamente referenciado neste trabalho.

[32] M. O. Méndez-Mantilla et al., "Nociones fundamentales del zoológico de partículas," in *\*Physics to a Degree\**, 1st ed., Boca Raton, FL: CRC Press, 2019.

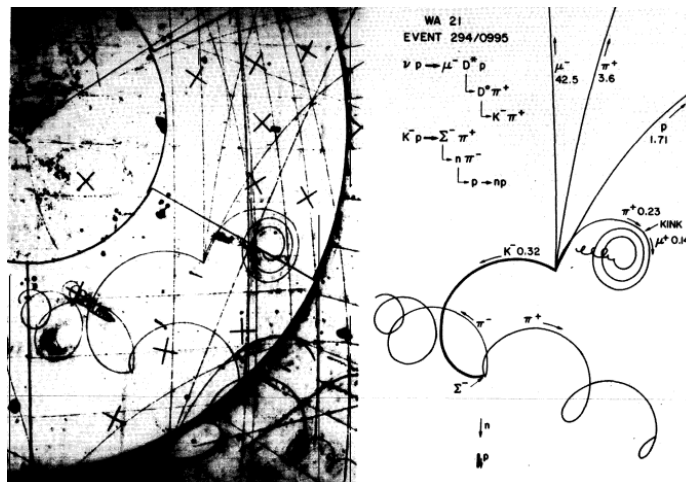
[33] C. W. Lucas, "A classical electromagnetic theory of elementary particles," in *\*Physics to a Degree\**, 1st ed., E. G. Thomas and D. Raine, Eds. Boca Raton, FL: CRC Press, 2000, pp. 3.

[34] C. Grupen, "The standard model of elementary particles," in *\*The Standard Model of Elementary Particles\**, 1st ed., E. G. Thomas and D. Raine, Eds. Cham: Springer, 2020, pp. 29–47. doi: 10.1007/978-3-030-27339-2\_2

[35] K. Kleinknecht and J. Klen, "Article detectors," *Kleinknecht Phys. Rep. (Rev. Sect. Phys. Lett.)*, vol. 84, no. 2, p. 85-161, 1982. doi:10.3703/82-0000-0000/\$19.25.

A câmara de bolhas consiste em um recipiente pressurizado preenchido com gás liquefeito próximo à temperatura de ebulição e submetido a um campo magnético. Por meio de um mecanismo de expansão, a pressão sobre o líquido é reduzida por um curto período de tempo ( $\sim$ ms). O líquido torna-se então susceptível à formação de bolhas. Se durante a expansão uma partícula carregada entra nesse detector, é defletida pelo campo magnético. Forma-se então um rastro curvo de ionização no líquido: um conjunto de bolhas que mostra a trajetória da partícula. Após um tempo determinado para o crescimento das bolhas, o rastro é iluminado e fotografado através de janelas no recipiente. A curvatura da trajetória é usada para medição do momento, e a densidade de bolhas pode ser usada para uma medição da velocidade. ([35], p. 103, 105) Um exemplo do resultado obtido da fotografia, é apresentado na figura 11.

Figura 11 – Fotografia tomada numa câmara de bolha, por Kleinknecht, 1981. O resultado mostra diferentes tipos de partículas carregadas, categorizadas segundo o grau de abertura da curva de deflexão da partícula.



Fonte: Kleinknecht, 1981, [35], p. 105.

## 2.6 TÓPICOS DE FÍSICA NUCLEAR NECESSÁRIOS PARA ESTE ESTUDO

### 2.6.1 A seção de choque

Segundo Dafne Jackson ([36], p. 2), cada reação nuclear é caracterizado pela seção de choque  $\sigma$ , que pode ser definida como a probabilidade de que o processo estudado aconteça, se um feixe de partículas aceleradas carrega apenas uma partícula por segundo, e o alvo que atinge contém apenas um núcleo por unidade de área. Assim, a seção de choque tem [35] K. Kleinknecht and J. Klen, "Article detectors," Kleinknecht Phys. Rep. (Rev. Sect. Phys. Lett.), vol. 84, no. 2, p. 85-161, 1982. doi:10.3703/82-0000-0000/\$19.25.

unidades de área, como o barn ( $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ) ou milibarn ( $1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2$ ), mas formalmente não é uma área, e sim a probabilidade de um evento de interesse acontecer.

Como dito no segmento 2.1.1, a compreensão da seção de choque,  $\sigma$ , é essencial para a determinação da energia necessária para obter determinado resultado via um processo nuclear (sendo útil na definição de quais combustíveis nucleares são os mais apropriados para fusão). Contudo, a sua importância não se limita apenas a esse aspecto, i.g., é amplamente utilizada na astrofísica e física médica, onde é necessário, em geral, compreender o que acontece quando duas partículas colidem; neste trabalho, particularmente, iremos estudar relação de  $\sigma$  com variáveis de interesse, para reações específicas; entender esse parâmetro é fundamental. Ele depende da velocidade relativa das partículas (e por conseguinte, da energia associada): se elas estiverem se movendo rapidamente, a aproximação entre as partículas necessária para atingir a fusão pode ser menor do que quando se movem mais lentamente ([12], p. 15).

É útil diferenciar os conceitos de seção de choque “microscópica”  $\sigma$ , da macroscópica,  $\Sigma$ , como será melhor definido no item 2.7.1 (equação 14). Aqui apenas diremos que a partir de observar  $\Sigma$  é possível estimar  $\sigma$ , e que, ao invés de unidades de área,  $\Sigma$  tem unidades de inverso de comprimento [1/cm]. Uma propriedade interessante da seção de choque macroscópica (pelo menos quando o feixe é composto por nêutrons, segundo Knoll, ([37], p. 57), é que tem um caráter aditivo, ou seja, existe um  $\Sigma_{Total}$  que é o somatório de todos as probabilidades  $\Sigma$  associadas a distintos resultados de determinada colisão.

Para visualizar que a seção de choque ( $\Sigma$ ) se associa à probabilidade de que determinada reação aconteça, de forma intuitiva, Andrew Dotson [38] propõe a analogia da prática de calcular o número  $\pi$  fazendo uso do chamado método de Monte Carlo, ou seja: se desenhamos um círculo de diâmetro conhecido,  $D$ , inscrito num quadrado que tem por lado esse mesmo diâmetro, para posteriormente “lançar dardos” aleatoriamente, contabilizando [12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[37] G. F. Knoll, Radiation Detection and Measurement, 3rd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2000.

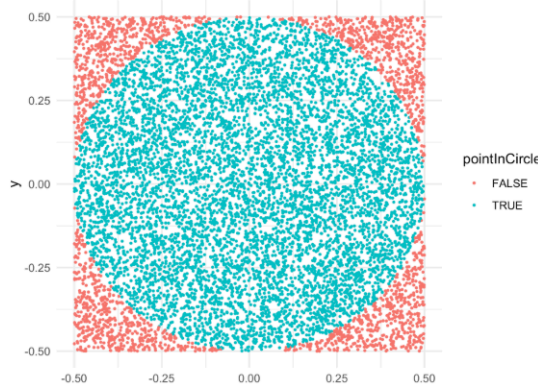
[38] A. Dotson, "What Exactly IS a Cross Section pt. 1: Cross Sectional Area," [Online video], Youtube, Jun. 2, 2020.

todos os pontos atingidos,  $N$ , assim como os pontos atingidos, apenas dentro do círculo,  $N_{\text{círculo}}$ , como mostrado na figura 12, então  $\pi$  pode ser estimado como sendo:

$$\pi = \frac{4 * \text{Área}_{\text{círculo}}}{\text{Área}_{\text{cuadrado}}} = \frac{4 * \pi * (D^2/4)}{D^2} \simeq \frac{N_{\text{círculo}}}{N} \quad (\text{Eq. 10}),$$

essa analogia pode resultar útil num primeiro momento, contudo, está incompleta, pois  $\pi$  não é exatamente análogo à seção de choque (nem  $\Sigma$ , nem  $\sigma$ ), tanto porque ainda não consideramos o comprimento (ou espessura) do alvo, quanto porque os pontos não reagem com nada, como as partículas (no nosso caso,  $N$  seria semelhante às partículas incidentes, e  $N_{\text{círculo}}$  às que saem do alvo sem interagir). Ainda, a relação a ser estabelecida com o equivalente da razão “ $N_{\text{círculo}}/N$ ” com a seção de choque não é direta, e sim (apenas em alguns casos específicos) exponencial (eq. 15), como é explicado a seguir.

Figura 12 – Cálculo de  $\pi$  aplicando o método de Monte Carlo num círculo de diâmetro conhecido inscrito num quadrado que têm por lado esse mesmo diâmetro: pontos são colocados aleatoriamente dentro ou fora do círculo.



Fonte: Helveston, John (2022), “[Programação em R: Método de Monte Carlo](#)”.

Finalmente, note que quanto maior for o número de pontos na figura 12 (e na equação 10), melhor será a aproximação de  $\pi$  na analogia apresentada.

## 2.6.2 Atenuação de fótons, partículas beta e nêutrons num alvo estendido

Consideremos um feixe altamente colimado de fótons monoenergéticos incidente sobre uma placa de material de espessura  $t$  (ver figura 13). A probabilidade total por unidade

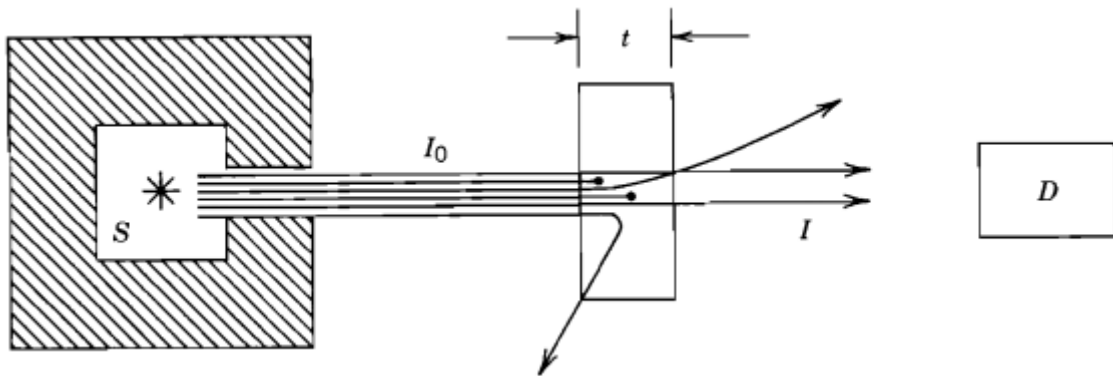
de comprimento para freagem ou desvio de fótons, é chamada de coeficiente de atenuação linear total,  $\mu$ , que é simplesmente a soma das respectivas probabilidades para absorção ou espalhamento dos fótons pelo alvo, que pode acontecer por processos chamados de absorção fotoelétrica,  $\tau$ , espalhamento Compton,  $\sigma_{Compton}$ , ou produção de pares,  $\kappa$ . A perda fracionária de intensidade ao cruzar qualquer espessura  $dx$  do material é ([39], p. 201-202):

$$\frac{dI}{I} = -\mu * dx \text{ (Eq. 11),}$$

onde  $I$  é a taxa de contagem de partículas que saem do alvo [ $s^{-1}$ ], sem ter sofrido interação, que permanece após a taxa de contagem de partículas incidentes  $I_0$  [ $s^{-1}$ ] ter sido atenuada ([37], p. 53, 88). Considerando toda a espessura  $t$ , podemos reescrever:

$$I = I_0 * e^{-\mu t} \text{ (Eq. 12).}$$

Figura 13 – Um experimento para medir a absorção de radiação num alvo de espessura  $t$ . Um feixe de radiação da fonte  $S$  é colimado e então espalhado ou absorvido pelo material. A intensidade restante  $I$  atinge o detector  $D$ .



Fonte: Krane, 1988, [39], p. 202.

Sempre que as partículas aceleradas tenham a mesma energia, e sejam colimadas, essa relação pode ser estendida de forma aproximada para elétrons e pósitrons (partículas beta), e também, mais especificamente para nêutrons ([37], p. 46, 57):

$$I = I_0 * e^{-\Sigma_{total} * t} \text{ (Eq. 13),}$$

[37] G. F. Knoll, Radiation Detection and Measurement, 3rd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2000.

[39] K. S. Krane, Introductory Nuclear Physics, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

onde  $\Sigma_{Total}$  é a soma das seções de choques macroscópicas definidas como:

$$\Sigma \equiv \sigma * n \text{ (Eq. 14),}$$

ou seja, simplesmente o produto de  $\sigma$ , vezes o número de átomos por unidade de volume ( $n$  [1/cm<sup>3</sup>]), que é interpretada como a probabilidade por unidade de comprimento do caminho para o processo específico considerado pela seção de choque "microscópica"  $\sigma$ .

Por conveniência, neste trabalho vamos utilizar a anterior definição de  $I$  e  $I_0$  como sendo taxas de contagem (partículas por segundo) de [37], p. 88, e definir  $N_1$  como as partículas incidentes no alvo, e  $N_2$  como as que saem do alvo sem interagir (apenas para coincidir com a definição de uma série de experimentos que apresentaremos a seguir), e, tomando os mesmos intervalos de tempo, e considerando a equação 14, reescrever a 13:

$$N_2 = N_1 * e^{-\sigma * n * t} \text{ (Eq. 15),}$$

o que está de acordo com a definição da atenuação para nêutrons de William Leo ([40], p. 65), pelo que essa descrição do comportamento é válida tanto para o número de partículas, a taxa e a intensidade, sempre que as partículas sejam leves e próximas à carga neutra, colimadas e mono energéticas.

## **2.7 O CUSTO ENERGÉTICO PARA PRODUÇÃO DE PÍONS $\pi^-$ , PARA A CONSEQUENTE OBTENÇÃO DE MÚONS $\mu^-$**

### **2.7.1 Estudos teóricos**

Existiram proposições teóricas do custo energético por pión por Bertin et al., Petrov e Shabelsky e Kazarnovsky et al., sendo o menor custo reportado de 4,4 GeV por pión, quando o projétil fosse uma partícula de trítio colidindo a uma energia de 1 GeV por núcleon

[37] G. F. Knoll, Radiation Detection and Measurement, 3rd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2000

[40] W. R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, 2nd ed. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1994. doi: 10.1007/978-3-642-57920-2.

(um próton ou um nêutron) com lítio ([22] p. 4-5). Todas as configurações nesses trabalhos eram de projéteis leves (deutério ou trítio) batendo contra alvos leves (berílio, lítio). O raciocínio pelo qual foram escolhidas essas configurações ainda não foi encontrado, um possível motivo é discutido na seção 4.

As únicas evidências experimentais encontradas na literatura até a data neste quesito, são apresentadas a seguir.

### 2.7.2 Estudos experimentais: definição de multiplicidades por partícula incidente e por interação, e cálculo de seções de choque elástica e inelástica

Em 1987, o Prof. Ponomarev propôs a cientistas do JINR realizar experimentos para estimar o custo energético médio para obter um  $\pi^-$  em função do tipo de partícula acelerada e da sua energia em alvos estendidos de berílio e carbono expostos a feixes de núcleos leves acelerados, dentro de uma câmara de bolha de propano de 2 metros submetida a um campo magnético (1,5 T), no sincrofasotron de Dubna. O alvo de carbono (grafite) era cilíndrico: comprimento 30 cm, diâmetro 10 cm, densidade 1,73 g/cm<sup>3</sup>; os valores respectivos no alvo de berílio foram 28 cm, 6 cm e 1,848 g/cm<sup>3</sup> ([22], p. 5, 7). Os resultados de configurações estudadas são mostrados na tabela 2, onde  $E_{1\pi^-}$  é a energia para obter um  $\pi^-$ ,  $\sigma_{inelástica}$  a seção de choque inelástica,  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{incidente}$  e  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{interação}$  são as chamadas multiplicidades por partícula incidente e por interação, respectivamente.

Tabela 2 – Resultados empíricos do custo energético por  $\pi^-$  e multiplicidades, numa série de experimentos realizados no sincrofasotron de Dubna por cientistas do JINR e publicados em diversos artigos (1988 - 1992).

Reação	E por partícula acelerada [GeV]	E / 1 $\pi^-$ [GeV]	$\sigma$ inelástica [mb]	$\langle n_{\pi^-} \rangle_{incidente}$	$\langle n_{\pi^-} \rangle_{interação}$	Número de eventos ( $\sigma$ )	Número de eventos ( $\langle n_{\pi^-} \rangle$ )
d+C (grafite)	1,0	17,0 $\pm$ 1,0	459 $\pm$ 19	0,12 $\pm$ 0,01	0,17 $\pm$ 0,01	1200	3253 (Viryasov et al., 1991)
d+C (propano)	1,0	24,0 $\pm$ 1,7	425 $\pm$ 21	0,08 $\pm$ 0,01	0,16 $\pm$ 0,01	1000	Sem dados
d+Be	1,0	14,7 $\pm$ 1,6	363 $\pm$ 13	0,14 $\pm$ 0,02	0,19 $\pm$ 0,02	4800	2335 (Viryasov et al., 1991)
d+Be	2,0	11,6 $\pm$ 1,0	340 $\pm$ 18	0,35 $\pm$ 0,02	0,50 $\pm$ 0,03	9800	Sem dados
$\alpha$ +Be	2,0	15,4 $\pm$ 1,1	360 $\pm$ 30	0,52 $\pm$ 0,04	0,73 $\pm$ 0,05	2100	Sem dados
d+C (propano)	3,3	21,3 $\pm$ 1,2	413 $\pm$ 20	0,32 $\pm$ 0,02	0,62 $\pm$ 0,03	Sem dados	Sem dados
$\alpha$ +C (propano)	3,3	23,0 $\pm$ 1,3	445 $\pm$ 22	0,57 $\pm$ 0,03	1,07 $\pm$ 0,05	Sem dados	Sem dados

Fonte: Tabela 3 de [22], p. 8, reorganizada e complementada com tabela 4, p. 9.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

Nesses trabalhos foi também questionada a relação do comprimento (ou espessura) e a eficiência da produção dos píons  $\pi^-$  (ali definida com as próprias multiplicidades), tendo previamente verificado que as experiências com variações nos comprimentos de alvos não iam ser consideravelmente afetadas pelo instrumento de medida, com a seguinte metodologia. Com um feixe de deuteron a 1 GeV por núcleon (i.e., próton ou nêutron), encontrou-se que a contribuição total de efeitos secundários no propano foi menor a 4 %: produção adicional dos  $\pi^-$  foi compensada pela absorção em dois experimentos ([22], p. 6). Isso pode ser melhor compreendido comparando as multiplicidades das colunas 1 e 2 na tabela 3.

Tabela 3 – Resultados empíricos do custo energético por  $\pi^-$  e multiplicidades (rendimentos), para diferentes configurações experimentais, com um feixe de deuteron a 1 GeV por núcleon.

E por nucleon = 1 GeV	Alvo				
	Propano (experimental)	Propano (experimental)	Grafite (experimental)	Berílio (experimental)	Berílio (teórico)
Densidade [g/cm <sup>3</sup> ]	0,429	0,429	1,73	1,848	1,848
Comprimento [cm]	37	62	30	28	200
Densidade superficial [g/cm <sup>2</sup> ]	16,0	26,6	51,9	51,7	370
Área	18 x 40 cm <sup>2</sup>	18 x 40 cm <sup>2</sup>	Circular, 10 cm de diâmetro	Circular, 6 cm de diâmetro	Circular, 8 cm de diâmetro
$\langle n_{\pi^-} \rangle$ interação	0,116 ± 0,008	0,122 ± 0,008	0,174 ± 0,010	0,190 ± 0,018	Esperado: 2,5x(0,190 ± 0,019)
$\langle n_{\pi^-} \rangle$ incidente	0,042 ± 0,003	0,066 ± 0,005	0,121 ± 0,007	0,135 ± 0,012	Esperado: 2,5x(0,135 ± 0,013)
E / $1\pi^-$ [GeV]	48 ± 3	30 ± 2	16,5 ± 1,1	14,8 ± 1,3	6,1

Fonte: Baseado na tabela 2 de [22], p.7, com informações complementares na própria referência.

A energia média para obter um píon,  $E_{1\pi^-}$ , é definida pelos autores (pág. 8) como:

$$E_{1\pi^-} = \frac{A \cdot E_{\text{por núcleon}}}{\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}} \quad (\text{Eq. 16}),$$

onde A é o número de núcleons (número atômico), e  $E_{\text{por núcleon}}$  é a energia cinética por núcleon. Por simplicidade, definimos a energia cinética da partícula como sendo:

$$E_{\text{por partícula acelerada}} \equiv A \cdot E_{\text{por núcleon}} \quad (\text{Eq. 17}).$$

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p. 2-4, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

Para definir apropriadamente essas multiplicidades (assim como também validar a modelo que é apresentado na seção 3.2.2, que foi construído com o conjunto de bibliotecas [Geant4](#) do CERN), é necessário mencionar que a referência anterior [22] compreende uma revisão bibliográfica dos artigos resultantes desta série de experimentos. Ali é explicado que o até agora exposto (e outros aspectos importantes) foi disseminado em quatro artigos principais (pág. 5), até eles realizarem esse “informe geral”; após uma minuciosa pesquisa, foi encontrado, numa [biblioteca do JINR](#), apenas um desses quatro.

Esse site foi cuidadosamente analisado, encontrando 73 artigos, a maioria em escritos em cirílico, que *poderiam* ser de interesse para esta linha de pesquisa. Dentre eles, 51 mencionam produção de píons  $\pi^-$ . Desses 51, foram caracterizados 31 como aqueles que poderiam, talvez, conter detalhes experimentais para validar o modelo da seção 3.2.2. De esses 31, apenas 4 contém detalhes para aprimorar a nossa visão do que aconteceu nos experimentos relatados nas tabelas 2 e 3. Apenas um deles, encontrado no site pelo código *JINR-E1-92-286* [41], está em inglês, os outros 3, *JINR P1-89-511* [42], *JINR-P1-90-521* [43], e *JINR-P1-91-455* [13], foram traduzidos do cirílico para o português, revisados visualmente com a versão original, e estudados detidamente. A partir desses artigos (somado a [22]), foi construída a tabela 4. Aliás, a referência *JINR-1-12114* fornece aspectos referentes à câmara de bolha, e o método para cálculo da seção de choque.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. [JINR E1-95-29](#), JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi^-$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. [JINR P1-91-455](#), JINR, Dubna, Russia, 1991.

[41] A. Cheplakov, N. Fadeev, A. Nagaitsev, M. Soloviev, and N. Viryasov, " $\pi^-$ - meson production in interactions of deuterons and  $\alpha$ -particles with extended carbon and beryllium targets at 1.0, 2.0, and 3.3 GeV/nucleon," Tech. Rep. [JINR E1-92-286](#), JINR, Dubna, Rússia, 1992.

[42] N. M. Vlryasov, V. A. Grigoryan, G. R. Gulkanyan, et al., "Momentum and Angular Distributions of  $\pi^-$ -Mesons Produced in dC Interactions at 1 GeV/Nucleon," Tech. Rep. [JINR P1-89-511](#), JINR, Dubna, Russia, 1989.

[43] N. M. Viryasov, G. R. Gulkanyan, V. G. Kakoyan, S. A. Korchagin, A. P. Nagaytsev, M. I. Solovyov, N. G. Fadeev, G. A. Khudaverdyan, and A. P. Cheplakov, "General characteristics of  $\pi^-$ -mesons produced in dC-,  $\alpha$ C-interactions at 1 GeV/N and 3.3 GeV/N," Tech. Rep. [JINR P1-90-521](#), JINR, Dubna, Russia, 1990.

Tabela 4 – Dados para diferentes configurações experimentais (em azul). Quando dados não estavam disponíveis, foram realizadas estimativas de primeiro grau (verde), segundo grau (amarelo) e terceiro grau (laranja), a partir das equações 18 e 19.

Reação	d+C (grafite)	d+Be	d+C (propano)	d+C (propano)	d+C (propano)	d+Be	$\alpha$ +Be	d+C (propano)	$\alpha$ +C (propano)
Energia por nucleon acelerado [GeV/N]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	3,3	3,3
Energia por partícula acelerada [GeV]	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	4,0	8,0	6,6	13,2
Número núcleos acelerados (N1)	3253	2335	9931,623 ± 709,403	4419,303 ± 334,796	3685,715 ± 685,715	14094,021 ± 1645,373	2981,250 ± 431,250	6797,216 ± 751,451	5474,295 ± 542,595
Número de eventos inelásticos (núcleos que interagiram, N1-N2)	2263	1661	3508	2290	1800	- Asumiu-se 9800 -	- Asumiu-se 2100 -	3484	2901
Número de núcleos sem interagir (N2)	990	674	6423,623 ± 709,403	2129,303 ± 334,796	1885,715 ± 685,715	4294,021 ± 1645,373	881,250 ± 431,250	3313,216 ± 751,451	2573,295 ± 542,595
Número de eventos --> Para distribuição angular e medição de $\sigma$ (experimento diferente ao que da obtenção da multiplicidade)	1200	4800	1000?	1000?	1000?	9800	2100	-	-
Tipo de geometria	Cilíndrica	Cilíndrica	Cartesiana	Cartesiana	Cartesiana	Cilíndrica	Cilíndrica	Cartesiana	Cartesiana
Comprimento [cm]	30,0	28,0	37,2	61,8	80,0	28,0	28,0	80,0	80,0
Raio [cm]	10,0	6,0	NA	NA	NA	6,0	6,0	NA	NA
Largura [cm]	NA	NA	19,0	19,0	19,0	NA	NA	19,0	19,0
Altura [cm]	NA	NA	40,0	40,0	40,0	NA	NA	40,0	40,0
Número de píons experimento	372	315 ± 28	415	290	288 ± 18	4900 ± 294	1533 ± 105	2160,08 ± 104,52	3104,07 ± 145,05
E / $1\pi^-$ [GeV]	16,5 ± 1,1	14,8 ± 1,3	48,0 ± 3,0	30,0 ± 2,0	24,0 ± 1,7	11,6 ± 1,0	15,4 ± 1,1	21,3 ± 1,2	23,0 ± 1,3
$\sigma$ inelástica [mb]	459 ± 19	363 ± 13	-	-	425 ± 21	340 ± 18	360 ± 30	413 ± 20	445 ± 22
$\sigma$ elástica [mb]	20	-	-	-	-	-	-	-	-
$\sigma$ quase elástica [mb]	82	75	-	-	-	-	-	-	-
$\Delta\sigma$ quase elástica [mb]	12	11	-	-	-	-	-	-	-
$\sigma$ inclusiva total [mb]	-	-	-	-	68,9 ± 4,4	-	-	240 ± 15	410 ± 25
$\langle n \pi^- \rangle$ incidente	0,121 ± 0,007	0,135 ± 0,012	0,042 ± 0,003	0,066 ± 0,005	0,080 ± 0,010	0,35 ± 0,02	0,52 ± 0,04	0,32 ± 0,02	0,57 ± 0,03
$\langle n \pi^- \rangle$ interação	0,174 ± 0,010	0,190 ± 0,018	0,116 ± 0,008	0,122 ± 0,008	0,160 ± 0,010	0,500 ± 0,030	0,730 ± 0,050	0,62 ± 0,03	1,07 ± 0,05
Referências	[22] [13] [41]	[22] [13] [41]	[22] [13]	[22] [13]	[22] [41] [42]	[22] [41]	[22] [41]	[22] [41] [43]	[22] [41] [43]
	Sem dados disponíveis		Dados disponíveis nas referências		Primeira estimativa a partir de outros dados da coluna		Segunda estimativa a partir de dados da coluna		Terceira estimativa a partir de outros dados da coluna

Fonte: [22], [13], [41], [43], [42]

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. [JINR E1-95-29](#), JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[13] N. Viryasov, et al., Tech. Rep. [JINR P1-91-455](#), JINR, Dubna, Russia, 1991.

[41] A. Cheplakov, N. Fadeev, A. Nagaitsev, M. Soloviev, and N. Viryasov, Tech. Rep. [JINR E1-92-286](#), JINR, Dubna, Rússia, 1992.

[43] N. M. Viryasov, et al., Tech. Rep. [JINR P1-90-521](#), JINR, Dubna, Russia, 1990.

[42] N. M. Viryasov, et al., Tech. Rep. [JINR P1-89-511](#), JINR, Dubna, Russia, 1989.

O processo para a obtenção das multiplicidades e seções de choque inelásticas é detalhado em [13], especificamente nas configurações estudadas de colisões de deuteron a 1 GeV por núcleon nos alvos de berílio e carbono (linhas 1 e 3 da tabela 2): Foram analisadas aproximadamente 2 mil fotografias estereoscópicas (tridimensionais) da irradiação do alvo de carbono com deuteron e cerca de 2,5 mil do alvo de berílio. Um deuteron foi considerado como não tendo sofrido interação inelástica se, ao sair da extremidade do alvo, seu momento era próximo ao inicial (3,4 GeV/c), e o ângulo plano entre a direção inicial e final não excedia 3° [13] (p. 1, 3).

Embora nesse artigo não seja colocado um equacionamento explícito para  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  e  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ , é possível deduzir, de uma análise cuidadosa dos cálculos realizados [13], (p. 2-4), as seguintes expressões:

$$\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}} = \frac{N_{\pi^-}}{N_1} \quad (\text{Eq. 18}), \text{ e}$$

$$\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}} = \frac{N_{\pi^-}}{N_1 - N_2} \quad (\text{Eq. 19}),$$

onde  $N_{\pi^-}$  é o número de píons  $\pi^-$  identificados com critérios padrão,  $N_1$  é a quantidade de deuteron incidentes, e  $N_2$  o número total dos que não sofreram interação inelástica. Portanto,  $N_1 - N_2$  é a quantidade de deuteron que interagiram inelasticamente.

De fato, verifica-se tomando em consideração, para o alvo de carbono (grafite), os valores reportados de  $N_1 = 3253$ ,  $N_2 = 990$  e  $N_{\pi^-} = 372$ , um valor teórico da multiplicidade por partícula incidente (eq. 18) de aproximadamente 0,114356, que, uma vez multiplicado pela correção considerada em [13] (p. 2) de (6±2)%, relacionada às perdas de parte dos píons  $\pi^-$  que saem do alvo na direção oposta às lentes e não deixam na película fotográfica um traço visível ou suficientemente longo para sua identificação, obtém-se que  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente, d@1GeV/núcleon+C}} = 0,121217 \pm 0,002287$ , que coincide quase exatamente

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. JINR P1-91-455, JINR, Dubna, Russia, 1991.

com o valor reportado nas tabelas 2, 3 e 4. Já o valor teórico da multiplicidade por interação inelástica (eq. 19), é aprox. 0,164384, que, após ser multiplicado por uma nova correção (e da qual infelizmente não há mais detalhes), obtém-se  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação, } d@1\text{GeV/núcleon}+C} = 0,174247 \pm 0,003288$ , que mais uma vez, é próximo dos valores das tabelas anteriores (possivelmente as incertezas não coincidem exatamente por outros aspectos que tenham sido considerados mas não especificados)

Analogamente, é possível obter, para o caso do berílio, com os valores reportados de  $N_1 = 2235$ ,  $N_1 - N_2 = 1661$  e  $N_{\pi^-} = 315 \pm 28$ , multiplicidades muito próximas às das tabelas 2, 3 e 4,  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente, } d@1\text{GeV/núcleon}+Be} = 0,134904 \pm 0,011991$ , e  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação, } d@1\text{GeV/núcleon}+Be} = 0,189645 \pm 0,016857$ . Para esses experimentos também foi verificado que a contribuição total dos processos secundários de produção de  $\pi^-$  é quase completamente compensada pelos processos de absorção ([13], p. 2-3).

O pequeno aumento do rendimento de  $\pi^-$  por interação,  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$  (quinta linha da tabela 3), foi principalmente atribuído ao conteúdo relativo de nêutrons nos alvos de grafite e berílio, e apenas uma parte dele por efeitos secundários; já o significativo aumento no rendimento por partícula incidente,  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$ , foi explicado tanto pelo conteúdo relativo de nêutrons, quanto pelo aumento do comprimento, principalmente ao considerar as últimas duas colunas da tabela [22]. Também, segundo [41] (p. 4), na tabela 2 é possível notar que a multiplicidade média aumenta com o número atômico,  $A$ , e a energia por partícula acelerada,  $E_{\text{por partícula acelerada}}$ .

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. JINR P1-91-455, JINR, Dubna, Russia, 1991.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p.3, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[41] A. Cheplakov, N. Fadeev, A. Nagaitsev, M. Soloviev, and N. Viryasov, " $\pi$ - meson production in interactions of deuterons and  $\alpha$ -particles with extended carbon and beryllium targets at 1.0, 2.0, and 3.3 GeV/nucleon," Tech. Rep. JINR E1-92-286, p.4, JINR, Dubna, Rússia, 1992.

Com respeito à seção de choque de interação, “no caso do [grafite] a razão observada  $N_2/N_1 = 0,304 \pm 0,015$  corresponde a um valor de  $\sigma_{interação} = (459 \pm 16) mb$ ” [13]. Na tentativa de explicar qual é essa relação, a falta de maior explicação no artigo (o que seria útil, pois a seção de choque é um parâmetro muito estudado tanto teórica quanto experimentalmente, o que permitiria realizar simulações, i.g., no Geant4 [ver seção 3.2.1]), nos deparamos com a anteriormente abordada “lei de atenuação exponencial” (seção 2.6.2), sendo que, ao considerar a equação 15, podemos operá-la para obter:

$$\ln(N_2/N_1) = -\sigma * n * t \text{ (Eq. 20),}$$

neste caso (carbono),  $N_2 = 990$ ,  $N_1 = 3253$ ,  $t = 30 \text{ cm}$ , e:

$$n = \frac{\rho * N_A}{MM} \text{ (Eq. 21),}$$

onde, por sua vez,  $\rho = 1,73 \text{ g/cm}^3$ ,  $N_A = 6,022 * 10^{23} \text{ moléculas/mol}$  (constante de Avogadro), e a massa molar  $MM = 12,0107 \text{ g/mol}$ , para o carbono. Assim,

$$\sigma = \frac{-\ln(N_2/N_1) * MM}{\rho * N_A * t} [\text{cm}^2] \text{ (Eq. 22),}$$

operando,

$$\begin{aligned} \sigma_{interação, d@1\text{GeV}/\text{núcleon}+C} &= 4,571633 * 10^{-25} [\text{cm}^2] * \frac{1 \text{ barn}}{10^{-24} [\text{cm}^2]} * \frac{10^3 \text{ mb}}{1 \text{ barn}}, \\ &\Rightarrow \sigma_{interação, d@1\text{GeV}/\text{núcleon}+C} = 457,1633 [\text{mb}], \end{aligned}$$

o que está dentro do intervalo estabelecido anteriormente.

Já para o caso do berílio, é possível fazer uma comprovação similar, obtendo:

$$\begin{aligned} \sigma_{interação, d@1\text{GeV}/\text{núcleon}+Be} &= 3,931570 * 10^{-25} [\text{cm}^2] * \frac{1 \text{ barn}}{10^{-24} [\text{cm}^2]} * \frac{10^3 \text{ mb}}{1 \text{ barn}}, \\ &\Rightarrow \sigma_{interação, d@1\text{GeV}/\text{núcleon}+Be} = 393,156950 [\text{mb}], \end{aligned}$$

que não se encontra dentro do intervalo reportado de  $\sigma_{interação} = (360 \pm 11) mb$ ,

mas sim relativamente próximo, com erro de 9%, pois, como é reportado por [13] é mais apropriado utilizar a relação experimental de Berkeley

$\sigma_{interação} = 78 * (A_1^{1/3} + A_2^{1/3} - 1,25)^2 [\text{mb}]$  (válida para interações inelásticas de núcleos de 2H, He e C com alvos 1H, 2H, He, C em energias iniciais de 0,87 e 2,1 GeV).

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. JINR P1-91-455, [p. 1](#), JINR, Dubna, Russia, 1991.

Nesta seção temos definido os rendimentos para obtenção dos píons  $\pi^-$ , em termos das multiplicidades  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  e  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ , assim como também mostramos que é possível utilizar a lei de atenuação exponencial, com um algum grau de erro, para descrever (pelo menos de forma introdutória, numa primeira modelagem) a interação de feixes de deutério a 1 GeV por núcleon em alvos de carbono e berílio.

### 2.7.3 Sobre a pouca difusão destes estudos

Embora esse processo seja interessante, e tenha sido estudado ativamente entre 1977 e 1995, hoje é pouco conhecido, sendo o principal motivo, evidentemente, que não tenha-se alcançado um  $Q_{elec} > 1$  (como o resto das abordagens/tecnologias), mas é válido nos perguntar o porquê os estudos foram descontinuados. A segunda causa mais evidente é o fator econômico: a energia necessária nos experimentos é muito alta, o que se traduz a altos custos, somado às instalações e pessoal especificamente capacitado para realizar os experimentos. De fato, na referência [22] (p. 6-7) se exemplifica isso, com as limitações específicas que eles tiveram: “Também havia a intenção de expor a câmara a um feixe de deutério a 1,5 GeV/núcleo. Mas este experimento, como aquele com dois alvos de berílio dentro da câmara, não foi realizado devido a problemas financeiros”. Somado a isso, poderíamos argumentar possíveis motivos sociais: um pela queda da União Soviética em 1991 (e talvez, consequentes mudanças no JINR), e o fiasco do LENR na mesma época, em 1989, nos Estados Unidos.

## 2.8 TÓPICOS NECESSÁRIOS PARA A MODELAGEM NESTE TRABALHO

### 2.8.1 Análise envoltória de dados para decomposição da eficiência técnica

A análise envoltória de dados (DEA) é uma metodologia orientada a dados usada para avaliar o desempenho de unidades decisórias (DMUs), que transformam múltiplos insumos em múltiplos produtos; permite identificar ineficiências mesmo em contextos complexos onde outros métodos falham, e, sendo flexível, tem sido aplicada em mais de 7000

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p. 6-7, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

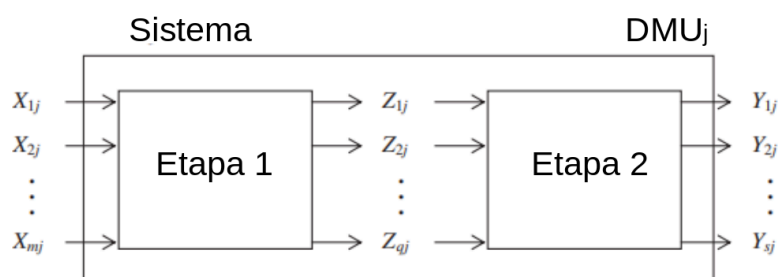
trabalhos produzidos desde 1978, com aplicações em áreas como saúde, educação, finanças e na engenharia ([44], p. vii, 1-2).

Existem vários modelos DEA para analisar a eficiência global de um sistema de produção, em função das entradas e saídas dos seus subsistemas, incluindo abordagens cooperativas e não cooperativas baseados na teoria dos jogos, e posteriormente generalizados para sistemas multi etapas mais complexos, onde cada estágio pode ter as suas próprias entradas e saídas além das medidas intermediárias, i.g., processo de mineração de carvão, etc ([44], p. 297-299). Com a intenção de modelar e delimitar o nosso estudo ainda mais no contexto do sistema da figura 10, vamos expor brevemente alguns destes modelos, existentes entre outras diversas propostas.

#### 1. - Modelo DEA para processo de duas etapas:

Dada a figura 14, assumindo que os dois subprocessos estão *conectados em série, sem retroalimentação* e com retornos constantes de escala (CRS), i.e., em regime permanente, o modelo de Liang et al (2006) propõe que a eficiência desse sistema é a média simples das eficiências de cada etapa; já no modelo de Kao e Hwang (2008) *a eficiência do sistema é o produto das eficiências das duas etapas* (apud [44], p. 299-300).

Figura 14 – Decomposição de eficiências em sistemas de produção de duas etapas.



Fonte: Kao e Hwang, 2008 apud Cooper et. al, 2011, [44], p. 300.

#### 2. - Modelo segundo o jogo de Stackelberg:

Aplica-se uma abordagem não cooperativa líder-seguidor ao processo de dois estágios, onde o DMU líder (i.g., elemento do processo produtivo, empresa, etc) otimiza

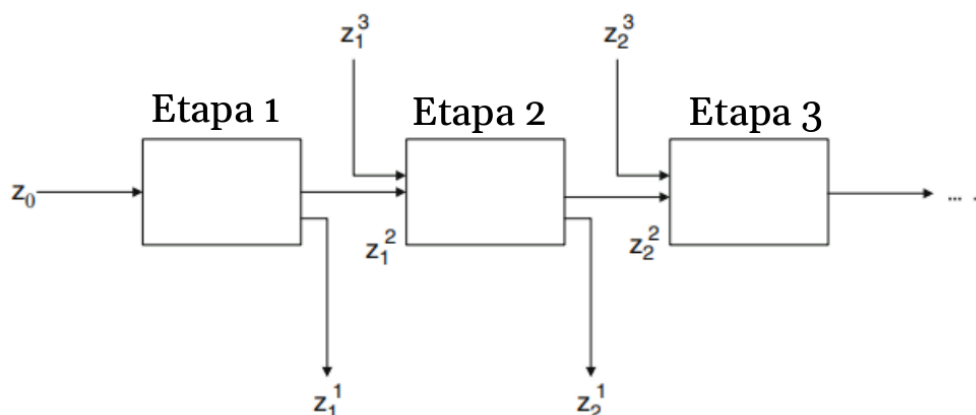
[44] W. Cooper, L. Seiford, and J. Zhu, Handbook on Data Envelopment Analysis, 2nd ed. New York, NY, USA: Springer, 2011. doi: 10.1007/978-1-4419-6151-8.

primeiro a sua eficiência e o seguidor otimiza posteriormente, mantendo fixa a eficiência do líder; isso resulta em uma decomposição multiplicativa da eficiência ([44], p. 303-306), convergindo para o resultado de Kao e Hwang anteriormente mostrado.

### 3. - Modelo DEA para processos seriais multietapas:

Quando o sistema é composto por  $P$  estágios em série, como mostrado na figura 15, cada um possui três fluxos, um de entrada, um de saídas intermediárias, e um de saídas finais. Neste modelo, a eficiência global é definida como uma combinação linear das eficiências individuais, onde cada uma delas é multiplicada por um peso  $w_p$  que representa a porção de recursos totais consumidos em cada estágio ([44], p. 306-309).

Figura 15 – Processo composto por  $P$  etapas em série, com uma entrada e duas saídas, uma das quais alimenta a etapa seguinte.



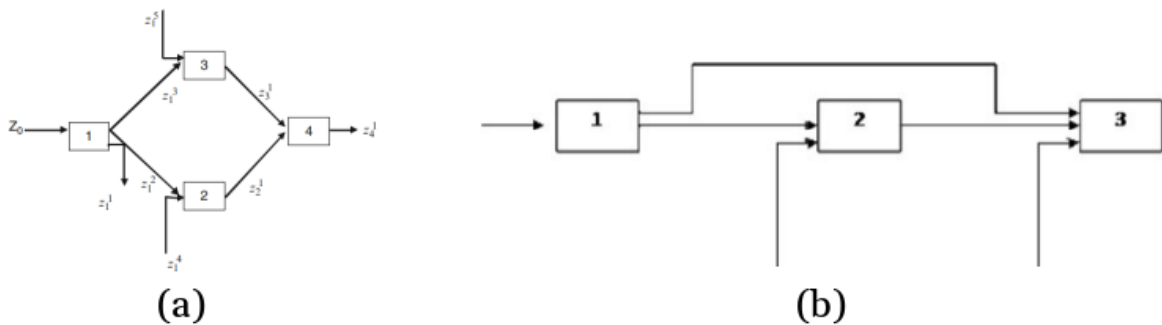
Fonte: Cooper et. al, 2011, [44], p. 306.

### 4. - Modelos DEA para processos multietapas mais gerais:

Além das estruturas seriais estritas, a análise DEA também fornece ferramentas para processos com elementos em paralelo, com fluxos não imediatos, como mostrado na figura 16, onde a eficiência global do processo é modelada como uma média ponderada das eficiências dos seus componentes, com os pesos baseados no fator  $w_p$  previamente definido ([44], p. 309-311).

[44] W. Cooper, L. Seiford, and J. Zhu, Handbook on Data Envelopment Analysis, 2nd ed. New York, NY, USA: Springer, 2011. doi: 10.1007/978-1-4419-6151-8.

Figura 16 – (a) Processo com etapas em paralelo. (b) Processo com fluxos não imediatos..



Fonte: Cooper et. al, 2011, [44], p. 310, 311.

### 2.8.2 O Geant4

O Geant4 é um conjunto de bibliotecas escritas na linguagem C++, baseado no paradigma de programação orientada a objetos (POO), empregado para simular experimentos que para o entendimento de diversos processos de interesse enquanto ocorre a passagem de partículas pela matéria, e que é amplamente utilizado na física de altas energias, física nuclear, bem como em ciências médicas e engenharia espacial, etc; a sua estrutura é modular, e abrange múltiplas funcionalidades, que permitem personalizar, por exemplo, a geometria, materiais, modelos dos processos físicos empregados, interfaces gráficas, detecção ([45], p. 270, 277).

## 3 MÉTODOS

### 3.1 DELIMITAÇÃO DO VOLUME DE CONTROLE NESTE ESTUDO: DEFINIÇÃO DE FATORES DE GANHO/EFICIÊNCIA DOS SUBPROCESSOS

Da seção anterior podemos ver que o modelo mais apropriado para o sistema da figura 10, dentre os apresentados, é o DEA para processos multietapas geral. Este modelo combina tanto etapas em paralelo, quanto o de fluxos não imediatos, e retroalimentação. Uma análise mais detalhada neste quesito poderia ser realizada posteriormente. Após ele, sob certas

[44] W. Cooper, L. Seiford, and J. Zhu, Handbook on Data Envelopment Analysis, 2nd ed. New York, NY, USA: Springer, 2011. doi: 10.1007/978-1-4419-6151-8.

[45] J. Allison et al., "Geant4 Developments and Applications," IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. 53, no. 1, pp. 270-278, Feb. 2006. doi: 10.1109/TNS.2006.869826.

simplificações, o modelo de processos seriais multietapas seria o seguinte mais apropriado. Entre os últimos estariam os modelos de Kao e Hwang e segundo o jogo de Stackelberg.

Contudo, com o intuito apenas de delimitar este trabalho de forma suficientemente descritiva para uma análise introdutória, foi adotado o modelo de Kao e Hwang. Para isso, além das simplificações já expostas (operação em regime permanente, elementos conectados em série, e desconsiderando retroalimentações), assumiu-se que é válido aplicar ao nosso sistema da figura 10, o sistema de duas etapas da figura 14, iterativamente, e, considerando a equação 9, modelamos o fator de ganho (eficiência) como sendo:

$$Q_{elec} \simeq \eta_{acelerador} \cdot \eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \cdot \eta_{troc-calor} \cdot \eta_{turbina} \cdot \eta_{gerador} \quad (Eq. 23)$$

Onde definimos cada fator de eficiência técnica  $\eta_j$  como sendo a razão entre a saída sobre a entrada, em cada etapa:

$$\eta_{acelerador} \equiv \frac{E_{particulas\ aceleradas}}{E_{entrada,elec}} \quad (Eq. 24),$$

$$\eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \equiv \frac{E_{térmica,1}}{E_{particulas\ aceleradas}} \quad (Eq. 25),$$

$$\eta_{troc-calor} \equiv \frac{E_{térmica,2}}{E_{térmica,1}} \quad (Eq. 26),$$

$$\eta_{turbina} \equiv \frac{E_{mecânica}}{E_{térmica,2}} \quad (Eq. 27),$$

$$\eta_{gerador} \equiv \frac{E_{saida,elec}}{E_{mecânica}} \quad (Eq. 28)$$

Onde, por sua vez, cada  $E_j$  representa a energia explicitada em cada subíndice  $j$ , correspondentes às etapas do sistema mostrado na figura 10. Já na seção 2.3.4 foi estimado  $\eta_{acelerador} \simeq 0,18$ , e,  $\eta_{troc-calor} \cdot \eta_{turbina} \cdot \eta_{gerador} \simeq 0,60$ . Mais importante do que esses valores específicos é observar que eles são menores do que 1. Ou seja, só seria possível obter um fator de ganho  $Q_{elec}$  pelo mecanismo  $\mu CF$  com a tecnologia exposta na figura 10, sob condições rigorosas. Ou seja, se o fator de eficiência de todo o processo, do alvo à camisa,

fosse significativamente alto,  $\eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \gg 1$ . Em específico, pelos valores que aqui consideramos,  $\eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \gg 9,26$ , aprox. Temos reduzido o escopo deste estudo até esse fator, mas iremos limitá-lo ainda mais.

Pela flexibilidade já mencionada dos modelos DEA, i.e., voltados à análise de dados (conversão de múltiplos insumos de entrada em múltiplos produtos), é válido dizer (sempre no contexto do modelo de Kao e Hwang):

$$\eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \equiv \varepsilon_{alvo} \cdot \varepsilon_{decaimento} \cdot \varepsilon_{transporte} \cdot \varepsilon_{reator} \cdot \varepsilon_{camisa} \quad (Eq. 29)$$

Modelamos cada um desses fatores  $\varepsilon_k$  correspondendo a um DMU  $k$ , como sendo,

$$\varepsilon_{alvo} \equiv \frac{N_{partículas\ de\ interesse}}{E_{partículas\ aceleradas}} \quad (Eq. 30),$$

$$\varepsilon_{decaimento} \equiv \frac{N_{\mu^-, iniciais}}{N_{partículas\ de\ interesse}} \quad (Eq. 31),$$

$$\varepsilon_{transporte} \equiv \frac{N_{\mu^-, finais}}{N_{\mu^-, iniciais}} \quad (Eq. 32),$$

$$\varepsilon_{reator} \equiv \frac{E_{reator}}{N_{\mu^-, finais}} \quad (Eq. 33),$$

$$\varepsilon_{camisa} \equiv \frac{E_{térmica,1}}{E_{reator}} \quad (Eq. 34),$$

onde cada  $E_k$  é a energia, e cada  $N_k$  é o número de partículas, associados ao subíndice  $k$  correspondente ao subprocesso respectivo, mais especificamente:

1. -  $E_{partículas\ aceleradas}$  é a energia total de todas as partículas já aceleradas. Aqui é possível, desde uma perspectiva clássica, como já foi feito em [22], assumir um valor médio da energia de cada partícula, e, considerando o número total de partículas reescrever:

$$E_{partículas\ aceleradas} = N_{partículas\ aceleradas} * E_{por\ partícula\ acelerada} \quad (Eq. 35).$$

2. -  $N_{partículas\ de\ interesse}$  é o número de partículas que podem decair em um  $\mu^-$ , e que são obtidas após a colisão com o alvo. Note que neste caso, por não considerar outros processos no modelo, vamos limitar esse interesse, à obtenção de píons  $\pi^-$ , seguindo a linha

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. [JINR E1-95-29](#), JINR, Dubna, Rússia, 1995.

da pesquisa de [22]. Ou seja,  $N_{partículas\ de\ interesse} = N_{\pi^-}$ . Mas pode ser útil observar que na simulação do Geant4 realizada, mostrada na seção seguinte, também foram observado  $\mu^-$  que poderiam ter sido obtidos diretamente ( $\epsilon_{decaimento} = 1$ ). Uma discussão análoga, e considerando a equação 1, poderia ser plantada, para motivar estudos da colisão de partículas muito leves que não tenham canais competitivos para a obtenção de píons em faixas de energia específicas como (provavelmente)  $e^+e^-$ . Outras partículas de interesse poderiam ser as de tipo estranhas e ressonâncias, que, em um tempo muito curto, decaem em cascata até  $\mu^-$ , tais como  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^-$ , etc, mas deve ser analisado se o custo energético para obtê-las seria compensado. Já que a análise de este tipo de partículas é domínio da física de partículas (ou de altas energias), deixaremos isso fora do escopo deste projeto; contudo, uma aproximação inicial ([17], p. 9-26), novamente considerando a equação 1, indica que provavelmente o uso deste tipo de partículas, para obtenção de múons seja ineficiente, pois são muito mássicas e aparentemente não existe (pelo menos na busca realizada) um ciclo de reações com elas envolvidas, que possa levar a aumentar a multiplicidade dos  $\mu^-$  de maneira substancial, o que seria de suma importância, segundo veremos mais à frente.

3. -  $N_{\mu^-, iniciais}$ , é o número de múons  $\mu^-$  obtido após o decaimento das partículas de interesse.

4. -  $N_{\mu^-, finais}$ , é o número de múons  $\mu^-$  obtido após o transporte, que conseguem catalisar reações de fusão após ter entrado no vaso reator.

5. -  $E_{reator}$ , é a energia total obtida no reator com mistura DT, que, analogamente à equação 35, é o produto da quantidade de múons  $N_{\mu^-, finais}$ , vezes a energia liberada graças a apenas um múon  $\mu^-$  ( $E_{\mu^-}$ ), que segundo foi estudado na seção 2.3.2, seria expresso em termos da quantidade de reações por múon ( $r_{\mu^-}$ ) vezes a energia liberada por reação ( $e_{\mu^-}$ ), e, generalizando a partir de Gerstein e Ponomarev ([27], parag. 3), obtém-se:

[17] A. Freire, \*Introdução à física de partículas: tópicos de física\*, Coleção CBPF, 1st ed., Editora livraria física, São Paulo, Brazil, 2010.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. [JINR E1-95-29](#), JINR, Dubna, Rússia, 1995.

[27] S. Gerstein, L. I. Ponomarev, and V. Korzhavin, " $\mu^-$  meson catalysis of nuclear fusion in a mixture of deuterium and tritium," \*Phys. Lett. B\*, vol. 239, no. 3, pp. 1-10, 1977, doi: 10.1016/0370-2693(77)90067-3.

$$E_{reator} = N_{\mu^-, finais} * E_{\mu^-} = N_{\mu^-, finais} * r_{\mu^-} * e_{\mu^-} \text{ (Eq. 36).}$$

Embora na figura 10, a entrega dos nêutrons e da energia cinética  $E_{reator}$  à camisa é considerada como dois processos em paralelo, na prática os nêutrons são, prioritariamente, os vetores energéticos, pelo que vamos considerar sim, nesta modelagem, a energia adicional obtida na reação explicada na seção 2.3.4:  $n + 6Li \rightarrow t + 4He + 4,8 \text{ MeV}$ . Já que cada nêutron produz 1,75 vezes essa reação, e assumindo que 100% dos nêutrons atingem a camisa (um por cada  $r_{\mu^-}$ , como visto na seção 2.3.2), corrigimos a equação 36:

$$E_{reator} = N_{\mu^-, finais} * r_{\mu^-} * (e_{\mu^-} + 1,75 * 4,8) [MeV] \text{ (Eq. 37).}$$

No caso em que  $r_{\mu^-} = 150$  e  $e_{\mu^-} = 17,6 \text{ MeV}$ , obtemos  $3,9 \text{ GeV}/\mu^-$ , como já visto. Então:

$$E_{reator} = N_{\mu^-, finais} * 3900 [MeV] \text{ (Eq. 38).}$$

6. -  $E_{térmica,1}$ , é a energia térmica de saída desta etapa delimitada anteriormente.

Note que  $\varepsilon_{decaimento} < 1$  (no caso específico em que  $N_{partículas\ de\ interesse} = N_{\pi^-}$ ,  $\varepsilon_{decaimento} \cong 1$ ).  $\varepsilon_{transporte} < 1$  (como visto em 2.3.4, pode ser arbitrado em torno de 0,5 até experimentos mais detalhados). Aliás,  $\varepsilon_{camisa} < 1$ : para estimar esse valor, é preciso conhecer os parâmetros da camisa, por exemplo, um dos tipos de manta considerados para o ITER, é uma mistura de lítio-chumbo envolto numa camada de titânio com 1mm de espessura, que contém 17% de lítio por densidade molar que é composto por 90% de 6Li e 10% de 7Li (PACKER, L. *apud* KELLY, 2021, [30], p. 3); com dados análogos, seria possível obter a quantidade de calor saindo da camisa,  $E_{térmica,1}$ , com uma modelagem baseada em resistências térmicas.

Portanto, para verificar se é possível obter um  $Q > 1$  via  $\mu\text{CF}$ , é necessário avaliar se  $\varepsilon_{alvo} \gg 1 [1/\text{GeV}]$  (equação 30), e / ou  $\varepsilon_{reator} \gg 1 [GeV]$  (eq. 33); isto é, produzir de forma mais eficiente os  $\mu^-$ , ou maximizar a energia obtida por cada um. Existem na literatura uma maior quantidade de pesquisas e mais recentes orientados a verificar a segunda possibilidade, principalmente tentando aumentar  $E_{reator}$  (equação 37, visando [30] S. KELLY, L. M. HART, S. Cl. ROSE, "An investigation of efficient muon names for use in muon-catalyzed fusion," \*J. Phys. Energy\*, vol. 254, no. 3, Reino Unido, 2021.

desestagnar o múon que fica preso à partícula alfa com ~1% de probabilidade), mas, após 1995, com a não continuação da pesquisa realizada no JINR, tem se dado pouco enfoque à primeira possibilidade. Deste modo, a delimitação desta modelagem será precisamente orientada a tentar otimizar  $\varepsilon_{alvo}$  (deixando a análise do aumento de reações por múon fora do nosso escopo), avaliando principalmente, o efeito do comprimento do alvo neste fator de eficiência. Note que, contrário aos outros fatores  $\varepsilon_k$  e  $\eta_j$ ,  $\varepsilon_{alvo}$  e  $\varepsilon_{reator}$  não são adimensionais.

Ou seja, definimos o escopo deste trabalho como sendo o estudo da potencial melhora da eficiência de produção de múons  $\mu^-$ , segundo visto na seção 2.3.5 ([12], p. 105)

É esperado obter a mesma delimitação a partir do modelo segundo o Stackelberg, e a anterior justificativa converge com a opinião de Benito ([12], p. 107) referente ao que é preciso para dar esperança à  $\mu CF$ , pelo que podemos inferir que seja válida mesmo se aplicado um modelo DEA mais geral. Aliás, desde um ponto de vista técnico-econômico faz sentido nos focar primeiramente nestes aspectos, antes de tentar projetar toda uma usina.

### **3.2 MODELAGEM NO GEANT4 DAS CONFIGURAÇÕES EXPERIMENTAIS DO JINR PARA OBTER CUSTOS ENERGÉTICOS POR PÍON $\pi^-$**

Com o objetivo de obter o custo energético médio para obter um pión  $\pi^-$  produto da colisão de uma partícula conhecida (já acelerada, com determinada energia cinética), contra um objetivo (com geometria e densidade específicos), foi empregado o Geant4, avaliando se é possível construir um modelo que reproduza os resultados ( $E_{1\pi^-}$ ) dos experimentos mostrados na tabela 4 via simulação, visando propor novos experimentos com base no código resultante (se mostrado, nesse contexto, que existe alguma configuração que tenha um custo energético por pión  $\pi^-$  baixo o suficientemente, e, em consequência, possa chegar a ser eficiente energeticamente, dentro da delimitação e modelo DEA aqui utilizado).

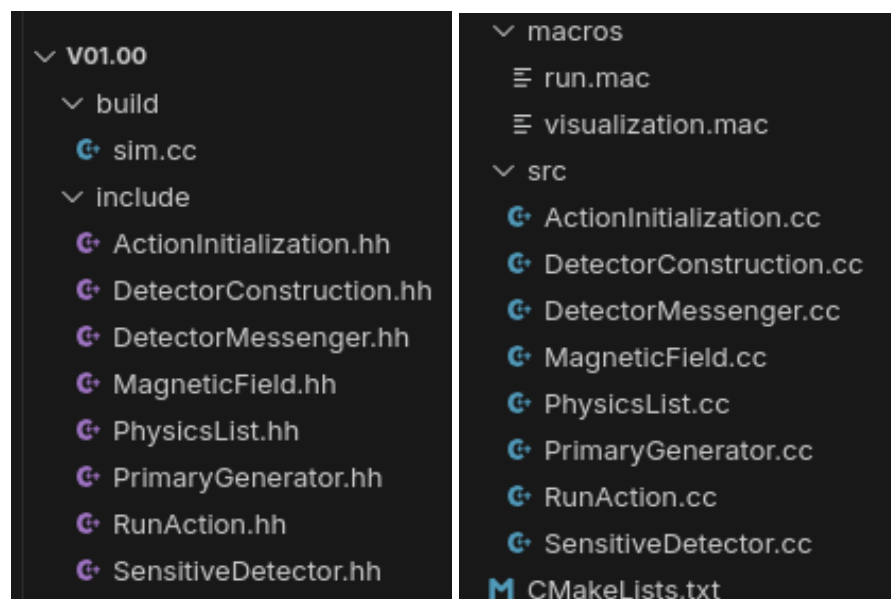
De fato, a modelagem no Geant4 aqui proposta, descrita a seguir, permitiu simular com erro menor a  $\pm 10\%$  (com respeito aos valores médios de  $E_{1\pi^-}$ ,  $N_{\pi^-}$ , e  $\sigma_{inelástica}$ ) as duas primeiras configurações experimentais da tabela 4, das quais se obtiveram todos os dados de interesse; também se avaliaram aquelas configurações para as quais foi necessário fazer [12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

estimativas de  $N_1$ , pela falta de, principalmente, o dado do número de píons obtidos experimentalmente,  $N_{\pi^-}$ , para os quais foram obtidos erros maiores, pelo que ainda não podemos garantir que a modelagem em Geant4 realizada seja suficientemente robusta para propor novos experimentos. Pelo qual na seção 3.3, se propõe mais um modelo teórico, procurando entender como afetam os parâmetros envolvidos ao comprimento do alvo, avaliando se existe um valor ótimo para essa variável.

### 3.2.1 Estrutura do código do modelo em Geant4 proposto

Para obter os resultados via simulação apresentados na seção seguinte, foi construído um projeto dividido em 20 arquivos, distribuídos em 4 pastas, que totaliza aproximadamente 1200 linhas de código escritas na linguagem C++, utilizando as bibliotecas modulares fornecidas pelo [Geant4](#) e o paradigma de POO, juntamente com boas práticas de programação. Além disso, foi útil o uso de [comandos UNIX](#). Este modelo foi construído por versões (29), e, mesmo que pudesse ser interessante mostrar o processo, para fins práticos, aqui é descrita apenas uma das últimas, que chamaremos de [v01.00](#), cuja estrutura básica é apresentada na figura 17.

Figura 17 – Estrutura básica do projeto para a modelagem de [\[22\]](#), v01.00.



Fonte: Elaboração própria.

[\[22\]](#) N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

Ele pode ser interpretado, grosso modo, como um sistema no qual definimos 7 parâmetros na entrada (o tipo de partícula acelerada, a sua energia cinética, a quantidade de partículas aceleradas, o tipo de material, raio e comprimento do alvo, e as listas físicas empregada), para obter três parâmetros de interesse na saída: quantidade de píons produzida, seção de choque e custo energético médio por pión. Outros parâmetros como a geometria e material do detector, ou a posição do vórtice que emite as partículas aceleradas na energia desejada, podem também ser alterados, mas tendo cuidado.

Os nomes dos arquivos e pastas é [padrão do Geant4](#) assim como muitas vezes é o uso de variáveis específicas (em inglês). A versão [v01.00](#) deste modelo contém 4 pastas e o arquivo CMakeList.txt (que permite localizar e configurar as dependências do Geant4 e de execução da nossa modelagem). Na pasta build está contido o arquivo sim.cc, que contém o método principal. Na pasta include são agrupados os arquivos de cabeçalho (.hh) típicos da POO, que chamam às bibliotecas (classes, funções) necessárias para o programa funcionar, definindo variáveis públicas e privadas, e criando instâncias (exemplos) dessas bibliotecas, que abstraem propriedades de objetos existentes, incorporando-os no modelo. Já na pasta src são agrupados os arquivos (.cc) que “herdam” esses objetos ou “peças” do sistema, para construir a modelagem específica (com todos os valores e relações desejadas), sendo nesses arquivos onde é geralmente realizada a maior parte da programação.

Por sua vez, a pasta macros contém um arquivo para mudar propriedades de visualização (i.g., mudar de cor uma partícula específica), e o “arquivo de entrada” run.mac, que facilita mudanças na configuração experimental, onde podemos variar 6 dos 7 parâmetros anteriormente descritos de forma intuitiva, sem necessidade de modificar o resto do código: no caso da mudança das listas físicas empregadas, é sim necessário modificar os arquivos PhysicsList, pois na tentativa de implementação responsiva deste parâmetro no run.mac, análoga às outras variáveis de entrada, os resultados variaram em relação à versão prévia mais “simples”, sem uma explicação aparente. Um problema similar foi detectado ao tentar fazer responsiva a posição do vórtice que gera as partículas aceleradas na simulação, em função do comprimento do detector, ao invés de que tivesse uma posição fixa.

A seguir, são detalhadas as atividades mais importantes de cada uma das partes do código, onde cada ação é realizada pelos métodos contidos em cada um deles:

1. - `sim.cc`: Orquestra a simulação. Configura e inicia o `G4RunManager` (executor) ou o `G4MTRunManager` (administrador de multifios, necessário para aproveitar a maior parte dos núcleos do processador em paralelo), registra as classes de usuário (`PhysicsList`, `DetectorConstruction`, `ActionInitialization`), e inicia a execução em forma visual ou pelo terminal (batch mode).

2. - `ActionInitialization.cc/hh`: Administra as ações. Informa ao `G4RunManager` ou `G4MTRunManager` quais ações devem ser utilizadas em diferentes fases da simulação.

3. - `PrimaryGenerator.cc/hh`: Gera uma partícula primária (i.g., deuteron) para cada evento. O método principal constrói e configura o `G4ParticleGun` (emissor de partículas) com a partícula, quantidade e energia específicas do `run.mac`. O método `GeneratePrimaries()` cria o vértice primário (localização inicial da partícula já acelerada) no início de cada evento. A direção do eixo do alvo extenso coincide com a direção do feixe [13].

4. - `DetectorConstruction.cc/hh`: Constrói a geometria (mundo, alvo e detector) e materiais da simulação. O Construtor (`DetectorConstruction()`), inicializa as variáveis e cria `DetectorMessenger` (necessário para a comunicação “responsiva” entre `run.mac` e os locais onde os parâmetros de entrada afetam o código). `Construct()` cria os volumes sólidos, lógicos e físicos (no `Geant4` existem esses tipos de volume, cada um com uma função específica: acoplados, fornecem propriedades geométricas, materiais e físicas à simulação). O método `ConstructSDandField()` cria e associa `SensitiveDetector` (volume sensível) e `MagneticField`.

5. - `SensitiveDetector.cc/hh`: Detecta e conta píons  $\pi^-$  obtidos das colisões (*apenas* os que entram no volume do detector). O método `ProcessHits()` é chamado em cada step (cada pequeno desvio dos  $\pi^-$ ) dentro do volume sensível; identifica e conta os  $\pi^-$  por evento e atualiza o contador global `gTotalPiMinusCount`, de forma paralela com o modo multifios.

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. [JINR P1-91-455](#), JINR, Dubna, Russia, 1991.

6. - [MagneticField.cc/hh](#): Define um campo magnético de 1,5 teslas em direção radial dentro do volume do detector. O método `GetFieldValue` calcula e retorna o vetor do campo magnético em um ponto específico. Na literatura encontrada até agora não é especificada a direção do campo, contudo, baseado na regra da mão direita, considerando que, em coordenadas cilíndricas, a partícula acelerada vai em direção z, e que a deflexão esperada é em direção angular, o campo foi arbitrado em direção radial. Foram realizados alguns testes, e o valor do campo não parece influir significativamente na contagem dos píons, apenas na deflexão das partículas carregadas (ver figura 18).

7. - [PhysicsList.cc/hh](#): Registra o conjunto de listas físicas que descrevem as interações esperadas na simulação original (física de hádrons [i.g., prótons e nêutrons], elástica, eletromagnetismo, processos de decaimento, e física que descreve o comportamento de nêutrons térmicos [0,025 eV] e com outras energias, com alta precisão). Foi adotado como padrão o modelo (lista) de física hadrônica `QGSP_BERT`, que descreve, entre outros processos, as interações inelásticas, mas pode ser modificada para outras listas físicas amplamente utilizadas na literatura tais como `FTFP_BIC`, `QGSP_BIC`, etc., que são apropriadas no rango de energias estudado. É interessante que só após adicionar a física de nêutrons o modelo melhorou consideravelmente, com a classe `G4NeutronTrackingCut()`, conforme detalhado na seção a seguir. Essa classe é normalmente usada em listas físicas para melhorar a eficiência da simulação, evitando o rastreamento desnecessário de nêutrons térmicos de baixa energia ou de longa duração.

8. - `run.mac`: arquivo que contém comandos para configurar facilmente os parâmetros de entrada, e inicia a execução em modo batch (com o comando `/run/beamOn`).

9. - [DetectorMessenger.cc/hh](#): É um arquivo intermediário entre os parâmetros de entrada (`run.mac`) e os arquivos respectivos onde cada parâmetro é necessário: facilita ao usuário alterar parâmetros da simulação via comandos (i.g., `/apr/target/material`). O método `SetNewValue()` atualiza as variáveis internas com os valores recebidos dos comandos.

10. - [RunAction.cc/hh](#): Gerencia as ações de início e fim de uma execução. É o bloco mais extenso de todo o código. O método mais importante aqui é `EndOfRunAction()`,

que coleta dados (número de eventos, total de píons  $\pi^-$ , gTotalPiMinusCount), calcula o custo energético médio por  $\pi^-$ , obtém seções de choque do Geant4 e imprime o relatório final.

11. - visualization.mac: Contém comandos específicos para configurar e iniciar a visualização interativa da geometria e das trajetórias: coloca, por exemplo, as partículas de interesse ( $\pi^-$ ) em cor branca. Aqui poderia ser desativada a visualização de outras partículas.

12. - CMakeList.txt: Define o nome do projeto, verifica a instalação do Geant4 e chama às suas bibliotecas, especifica os arquivos fonte (src/\*.cc) e cabeçalho (include/\*.hh) e configura o processo de compilação/linkagem.

Na figura 18 observamos um evento da simulação no modo gráfico. Ali temos os volumes do mundo (transparente, bordas brancas), do detector (amarelo) e do alvo (vermelho, opacado pela cor amarela do detector). O alvo, neste caso, é o cilindro de berílio, com a sua respectiva densidade, raio de 6 cm e comprimento de 28 cm. As dimensões da câmara de bolha de propano do sincrofasotron de Dubna são de 210 cm x 65 cm x 40 cm ([46], p. 110).

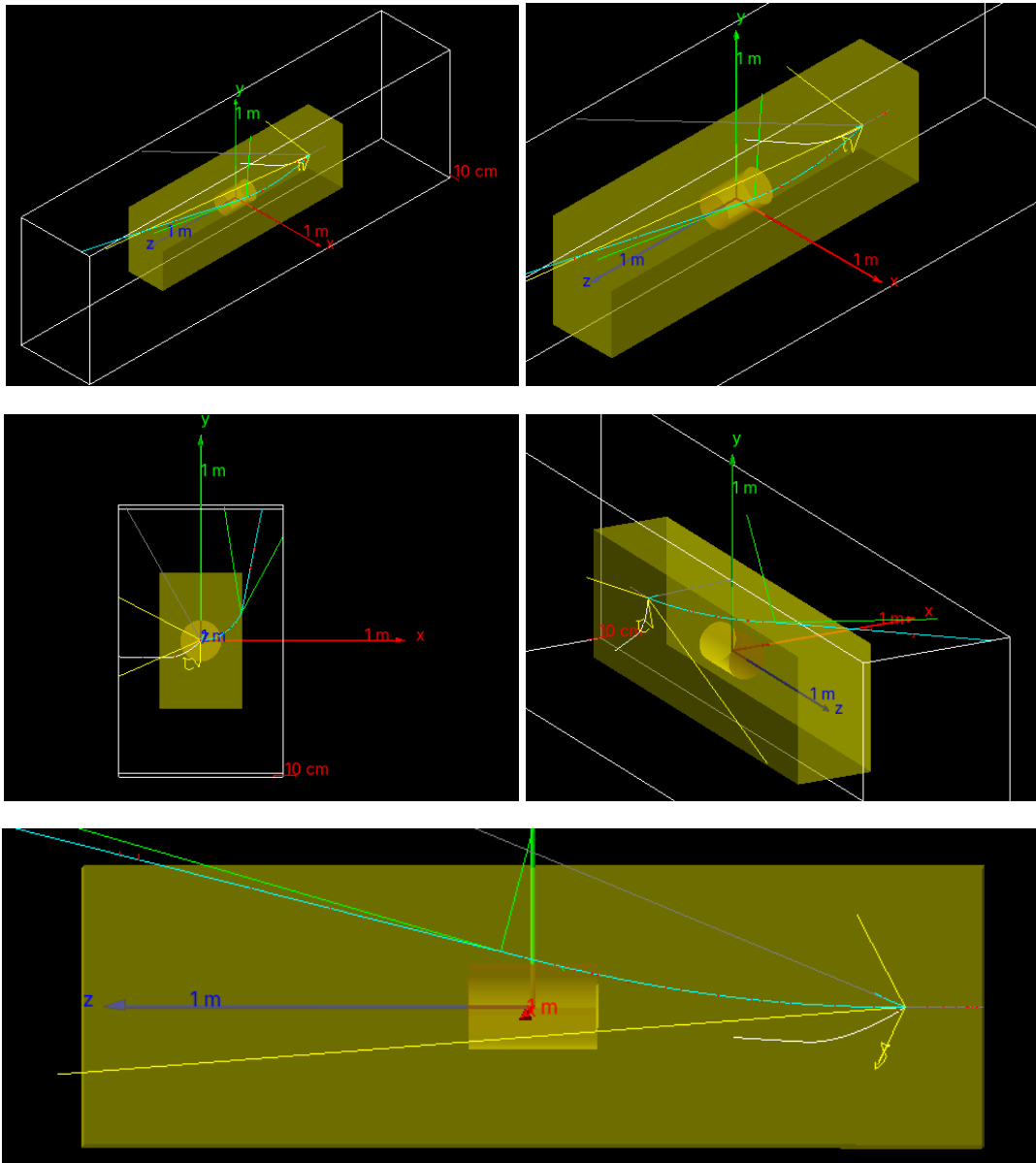
As dimensões do mundo da simulação foram arbitradas no dobro das dimensões respectivas deste detector, já que não ia afetar o resultado. Com mais cuidado, podem ser vistas as partículas obtidas da colisão (fótons em verde, um  $\pi^-$  em branco, etc) e o deuteron (cinza) acelerado inicialmente e posteriormente defletido. Em vários eventos também foram vistos múons  $\mu^-$  (roxo): seria útil obter a contagem deles num trabalho futuro.

As três principais dificuldades experienciadas na elaboração deste modelo foram:

1. - A definição da geometria: Dentro do Geant4, o parâmetro checkOverlaps é empregado para evitar sobreposição de volumes diferentes e conseqüentemente incorrer em erros de modelagem. Era sempre obtido um erro por sobreposição quando o alvo era colocado dentro do detector, pelo que se fez necessário definir o volume do detector como sendo oco, com o espaço necessário para poder colocar dentro o detector, com uma subtração. Isso agora é realizado de forma automática no código, ao variar as dimensões e geometria do alvo.

[46] M. Baladin et al., "A 2-Metre Propane Bubble Chamber," Nucl. Instrum. Methods, vol. 20, pp. 89-95, 1963.

Figura 18 – Um evento d+Be simulado com o modelo construído no Geant4, no modo gráfico. São mostrados o projétil (cinza), alvo (cilíndrico) e volume sensível do detector (amarelo), assim como partículas obtidas. Um pión negativo (cor branca) e outras partículas carregadas são defletidas por um campo magnético radial de 1,5 T.



Fonte: Elaboração própria.

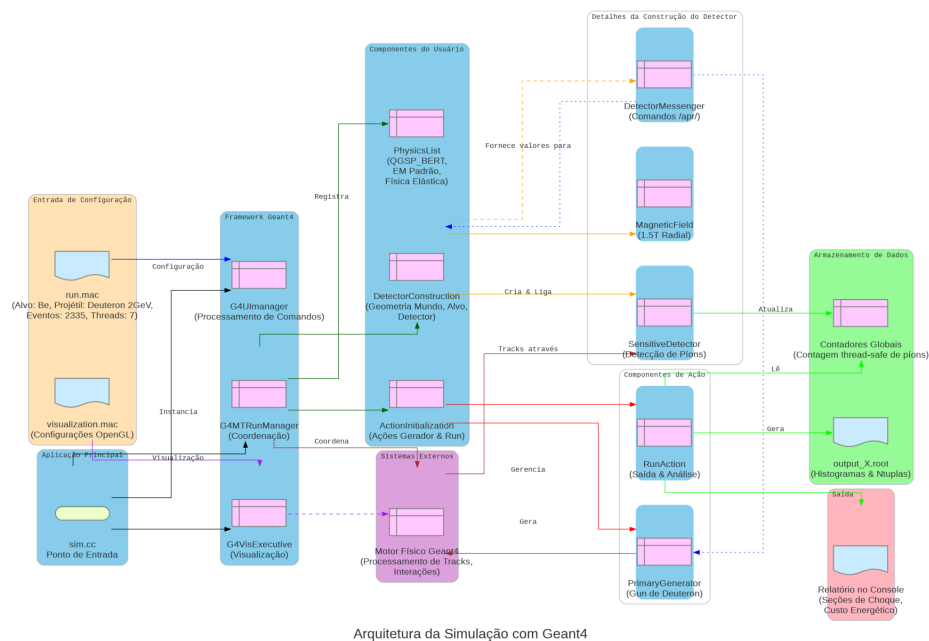
2. - Modo multifios na contagem dos píons (multithreading mode): Nas etapas intermediárias do versionamento, teve-se uma sobrecontagem de píons  $\pi^-$  produzidos. Isso foi inicialmente atribuído à necessidade de contar  $\pi^-$  provenientes só de colisões inelásticas, e à contagem com mais de um núcleo (thread) do mesmo  $\pi^-$ . O primeiro raciocínio (e consequente implementação) estava errada, mas a segunda de fato aprimorou substancialmente o trabalho. A solução foi definir um fio orquestrador (thread master), que

contasse todos os píons, de todos os outros processos em paralelo. Isso reduziu consideravelmente o custo energético, aproximando-o ao resultado experimental com um erro de aproximadamente 50%. Nesse percentual é incluída a incerteza devida a contar apenas píons provenientes de colisões inelásticas, que logo foi encontrado incorreto e corrigido.

3. - Listas físicas na contagem dos píons: A parte provavelmente mais difícil do processo foi encontrar o motivo de esse erro (incorretamente estimado em 50%) de  $E_{1\pi^-}$ . A análise que levou à solução definitiva foi à necessidade de ter foco no parâmetro “primário”, que era o número de píons obtidos, ao invés do “secundário” (dependente), o custo energético. Logo, após vários testes para avaliar quais eram as variáveis que estavam afetando essa contagem. Encontrou-se a necessidade de ter as dimensões exatas do detector anteriormente detalhadas (210 cm x 65 cm x 40 cm). Também a de adicionar todas as listas físicas que pudessem ser relevantes, chegando ao modelo atual.

Na figura 19 temos uma representação básica da arquitetura do projeto, com as principais relações estabelecidas entre os arquivos de interesse. Embora seja mostrado que na saída obtém-se um arquivo .root, ele ainda é uma saída vazia, apenas um contenedor para futuros trabalhos. Os valores das variáveis de interesse são obtidos via console nesta versão.

Figura 19 – Arquitetura do código do modelo proposto neste trabalho.



Fonte: Elaboração própria.

### 3.2.2 Comparação entre os resultados experimentais e resultados da simulação, usando o modelo em Geant4 proposto

A versão v01.00 foi aprimorada para admitir geometrias cartesianas do alvo, e não apenas cilíndricas, para poder avaliar todas as configurações da tabela 4 no modelo proposto. O resultado foi chamado de **v01.01**. Para isso, criaram-se dois novos arquivos (TargetGeometryType.cc/.hh) e modificou-se o DetectorMessenger para incluir comandos que permitissem definir o tipo de geometria e as dimensões específicas de cada uma (raio/comprimento para cilíndrico, comprimento/largura/altura para cartesiano, com a coordenada z sendo denominada 'length' [comprimento] para manter coerência). A classe DetectorConstruction foi então adaptada para ler essas novas configurações e construir o sólido do alvo apropriado (G4Tubs ou G4Box), e adaptar o volume restante da câmara de bolha dinamicamente.

Posteriormente, após várias tentativas, foi possível completar a versão **v01.02** do modelo. O seu principal diferencial é a incorporação de um novo arquivo **config.sh**, que permite realizar várias iterações da mesma simulação para qualquer número de configurações desejada. Para isso, os dados de entrada (i.g. os especificados anteriormente) devem seguir o formato apresentado na figura 20. Isso oferece a possibilidade de uma análise a partir dos dados obtidos da simulação, de maneira sistemática. Para executar essa versão, é preciso utilizar os comandos **chmod +x config.sh**, e **./config.sh** desde o terminal, após ter compilado com **cmake ..** e **make**. Também é necessário estar corretamente posicionados na pasta build, como é padrão durante a execução de um programa no Geant4.

A versão v01.02 permitiu obter intervalos de confiança para a quantidade de píons e seu respectivo custo energético. Os dados são os apresentados na tabela 4. As seções de choque inelásticas mantiveram-se constantes para um mesmo arranjo experimental. As iterações foram 100 para cada configuração, e os resultados são apresentados na tabela 5.

Figura 20 – Formato aceito dos dados de entrada na versão v01.02, a serem editados no arquivo config.sh.

```
11 REPETICOES=10000 # Número de vezes que cada configuração será executada
12 # --- Lista de Configurações Experimentais ---
13 # Formato: Material_do_Alvo Tipo_de_Partícula Energia(GeV)
14 # N1_Events Geometria Comprimento(cm) Raio(cm) Espessura(cm) Altura(cm)
15 # Use "N/A" para dimensões não aplicáveis à geometria escolhida.
16 CONFIGS=[
17 # Exemplo: d+C (grafite) 2.0 GeV, 3253 eventos, Cilindrica, Raio=10.0cm, Comprimento=30.0cm
18 "G4_C deuteron 2.0 3253 Cilindrica 30.0 10.0 N/A N/A"
19
20 # Exemplo: d+Be 2.0 GeV, 2335 eventos, Cilindrica, Raio=6.0cm, Comprimento=28.0cm
21 "G4_Be deuteron 2.0 2335 Cilindrica 28.0 6.0 N/A N/A"
22
23 # Exemplo: d+C (grafite) 2.0 GeV, 3000 eventos, Cartesiana, Largura=40cm, Altura=18cm, Comprimento=37cm
24 "G4_LPROPANE deuteron 2.0 2000 Cartesiana 37.0 N/A 40.0 18.0"
25
26 # Exemplo: α+Be 2.0 GeV, 3000 eventos, Cartesiana, Largura=40cm, Altura=18cm, Comprimento=37cm
27 "#G4_Be alpha 2.0 3000 Cartesiana 37.0 N/A 40.0 18.0"
28
29 # --- Configuração de Teste ---
30 # "G4_Be deuteron 1.0 100 Cilindrica 28.0 6.0 N/A N/A" # Teste rápido
31 ]
32
33 # --- Valores Fixos/Padrão para Outros Parâmetros ---
34 NUM_THREADS="7" # Número de threads
35 DEFAULT_EVENTS="100" # Valor padrão para /run/beamOn se N1 for "Sem_dados"
36 PHYSICS_LIST="QGSP_BERT" # Lista física (fixa neste script)
```

Fonte: Elaboração própria.

As simulações foram executadas num notebook Dell Latitude E5570, i7-6820HQ, **8 núcleos @ 2.70GHz**, e 16 GB de RAM, operando com o Zorin OS 17.3 Core, e a versão **v11.3.0** do Geant4, e o tempo estimado para toda a rodagem foi de 4 horas para as 9 configurações apresentadas. Teve várias dificuldades na implementação desta versão, mas basta dizer que a solução para tudo isso está no próprio arquivo config.sh, e em desativar (comentar) o comando /run/initialize no run.mac para deixar de utilizar essa macro, em benefício das macros temporárias criadas pelo config.sh. Essa versão facilita a comparação entre listas físicas, mas neste caso, mantivemos o modelo QGSP\_BERT por defeito.

A seguir são apresentados os resultados da simulação dos três parâmetros de interesse (custo energético por pión,  $E_{1\pi^-}$ , número de píons,  $N_{\pi^-}$ , e seção de choque inelástica,  $\sigma_{inelástica}$ ), juntamente com os erros percentuais com respeito aos valores experimentais correspondentes (tabela 4). Foram divididos esses resultados em configurações para as quais o número de píons obtido experimentalmente estava disponível (tabela 5) e em aquelas para as quais esse valor não se encontrou na literatura estudada (tabela 6).

Note que na tabela 4, apenas os primeiros dois arranjos experimentais (colunas 1 e 2) têm todos os dados requeridos (figura 20) nas referências correspondentes. Para outras duas configurações (colunas 3 e 4), um intervalo para o número de partículas aceleradas ( $N_1$ ) foi estimado, baseado na equação 18: podemos dizer que elas (3 e 4) têm um grau de liberdade. Os valores finais escolhidos, e mostrados na tabela 5, para  $N_1$  na simulação foram os arredondamentos dos valores médios nestes intervalos. Considerou-se os resultados das primeiras duas configurações como sendo satisfatório, por ter um erro médio menor do que  $\pm 10\%$ . Para as duas colunas seguintes os erros se encontram entre  $\pm 20\%$  e (aprox.)  $\pm 30\%$ , pelo que podemos considerar esses resultados como não satisfatórios, possivelmente por não dispor do valor de  $N_1$  experimental exato.

Tabela 5 – Comparação entre valores de parâmetros de interesse, experimentais e simulados pelo modelo v01.02, para arranjos para os quais se conhece o número de píons experimental,  $N_{\pi^-}$ .

Reação	d+C (grafite)	d+Be	d+C (propano)	d+C (propano)
Energia por nucleon acelerado [GeV/N]	1,0	1,0	1,0	1,0
Energia por partícula acelerada [GeV/N]	2,0	2,0	2,0	2,0
Número núcleos acelerados (N1)	3253	2335	9932	4419
Tipo de geometria	Cilíndrica	Cilíndrica	Cartesiana	Cartesiana
Comprimento [cm]	30,0	28,0	37,2	61,8
Raio [cm]	10,0	6,0	NA	NA
Largura [cm]	NA	NA	19,0	19,0
Altura [cm]	NA	NA	40,0	40,0
Número de píons experimento	372	315 ± 28	415	290
Número de píons simulação	369,790 ± 29,000	336,650 ± 28,500	523,680 ± 27,500	380,380 ± 23,500
Erro médio (%)	0,594	-6,873	-26,188	-31,166
E / 1 $\pi^-$ [GeV]	16,5 ± 1,1	14,8 ± 1,3	48,0 ± 3,0	30,0 ± 2,0
E / 1 $\pi^-$ simulação [GeV]	17.610 ± 1.343	13,888 ± 1,184	37,949 ± 2,022	21,369 ± 1,601
Erro médio (%)	-6,727	6,162	20,94	28,77
$\sigma$ inelástica [mb]	459 ± 19	363 ± 13	425 ± 21 *	425 ± 21 *
$\sigma$ inelástica simulação [mb]	418,872	374,305	418,872	418,872
Erro médio (%)	8,742	-3,114	1,647 *	1,647 *
Graus de liberdade	0		1	
		Satisfatório (Erro < $\pm 10\%$ )		Um grau de liberdade (Erro < $\pm 10\%$ )
		Não satisfatório (Erro de $\pm 20\%$ a $\pm 30\%$ )		Insatisfatório (Erro de $\pm 30\%$ a $\pm 40\%$ )

Fonte: Elaboração própria, com base nos valores apresentados na tabela 4, e os obtidos da simulação com o modelo aqui proposto. Valores com \* tomados da tabela 6, a seguir.

Já na tabela 6 é apresentada uma comparação análoga, mas para aquelas configurações onde *não* se têm o dado de  $N_{\pi^-}$  (colunas 5 a 9 da tabela 4), sendo necessário

nestes casos usar tanto a equação 18 quanto 19. No caso específico das configurações experimentais das colunas 2 e 3 da tabela 6, se assumiu, a falta de outros dados, que a quantidade de partículas que interage inelasticamente,  $N_2 - N_1$ , era o mesmo que aquele utilizado para o cálculo da seção de choque e de distribuições de momento e angular, conforme relatado em [22] e [13], o que levou a um resultado totalmente insatisfatório (erros entre  $\pm 70\%$  e  $\pm 120\%$ ), o que pode ser principalmente explicado por ter esses arranjos o maior número de graus de liberdade considerado (3). Os arranjos correspondentes às colunas 1, 4 e 5 da tabela 6, tem dois graus de liberdade, e os resultados foram categorizados como pouco satisfatório para a coluna 1 (erros entre  $\pm 10\%$  e  $\pm 20\%$ ), e insatisfatórios para as últimas duas (erros entre  $\pm 30\%$  e  $\pm 76\%$ ).

Tabela 6 – Comparação entre valores de parâmetros de interesse, experimentais e simulados pelo modelo v01.02, para arranjos para os quais *não* se conhece o número de píons experimental,  $N_{\pi^-}$ .

Reação	d+C (propano)	d+Be	$\alpha$ +Be	d+C (propano)	$\alpha$ +C (propano)
Energia por nucleon acelerado [GeV/N]	1,0	2,0	2,0	3,3	3,3
Energia por partícula acelerada [GeV/N]	2,0	4,0	8,0	6,6	13,2
Número núcleos acelerados (N1)	3686	14094	2981	6797	5474
Tipo de geometria	Cartesiana	Cilíndrica	Cilíndrica	Cartesiana	Cartesiana
Comprimento [cm]	80,0	28,0	28,0	80,0	80,0
Raio [cm]	NA	6,0	6,0	NA	NA
Largura [cm]	19,0	NA	NA	19,0	19,0
Altura [cm]	40,0	NA	NA	40,0	40,0
Número de píons experimento	288 $\pm$ 18	4900 $\pm$ 294	1533 $\pm$ 105	2160,08 $\pm$ 104,52	3104,07 $\pm$ 145,05
Número de píons simulação	345,400 $\pm$ 26,000	1103,080 $\pm$ 40,500	1490,300 $\pm$ 54,500	1062,020 $\pm$ 43,000	1980,230 $\pm$ 52,500
Erro médio (%)	-19,931	77,488	2,785	50,834	36,213
E / $1\pi^-$ [GeV]	24,0 $\pm$ 1,7	11,6 $\pm$ 1,0	15,4 $\pm$ 1,1	21,3 $\pm$ 1,2	23,0 $\pm$ 1,3
E / $1\pi^-$ simulação [GeV]	21,369 $\pm$ 1,601	25,558 $\pm$ 0,944	4,001 $\pm$ 0,147	12,804 $\pm$ 0,522	5,529 $\pm$ 0,147
Erro médio (%)	10,963	-120,326	74,019	39,887	75,961
$\sigma$ inelástica [mb]	425 $\pm$ 21	340 $\pm$ 18	360 $\pm$ 30	413 $\pm$ 20	445 $\pm$ 22
$\sigma$ inelástica simulação [mb]	418,872	376,514	483,729	414,445	506,431
Erro médio (%)	1,647	-10,588	-34,367	-0,35	-13,708
Graus de liberdade	2	3		2	2
		Satisfatório (Erro < $\pm 10\%$ )		Pouco satisfatório (Erro de $\pm 10\%$ a $\pm 20\%$ )	
		Insatisfatório (Erro de $\pm 30\%$ a $\pm 40\%$ )		Totalmente insatisfatório (Erro maior a $\pm 40\%$ )	

Fonte: Elaboração própria, com base nos valores apresentados na tabela 4, e os obtidos da simulação com o modelo aqui proposto.

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. [JINR P1-91-455](#), JINR, Dubna, Russia, 1991.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, p.3, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

A correlação do nível de erro e os graus de liberdade parece determinante, nas 9 configurações estudadas. Os relativos baixos erros para a seção de choque inelástica podem indicar que o problema principal não é a modelagem realizada, e sim a indisponibilidade de alguns dados. Por isso, apenas podemos considerar o modelo como sucedido em testes de duas configurações experimentais. Ainda é necessário maior validação deste modelo, antes de sequer pensar em utilizá-lo para, por exemplo, avaliar se existe um comprimento ótimo, que era a motivação inicial deste trabalho.

### 3.3 EFEITO DO COMPRIMENTO DO ALVO E DA MULTIPLICIDADE DE INTERAÇÃO NA EFICIÊNCIA DE PRODUÇÃO DE PÍONS $\pi^-$

Foi interessante observar, em outros testes do modelo em Geant4 proposto, o aumento do custo energético conforme aumentava a quantidade de partículas aceleradas para uma mesma configuração: se verificou que não há decréscimo de  $E_{1\pi^-}$  conforme  $N_1$  continue a aumentar, sugeriria a impossibilidade de aplicar a configuração estudada para obter múons de forma eficiente), mesmo se chegasse a ser demonstrada (como também será feito neste trabalho) a existência de um comprimento ótimo, como questionado em [22]. Essa diminuição da eficiência com o aumento de  $N_1$  é atribuída, com base nesta seção, a que a multiplicidade de interação é menor do que a unidade para esses casos, e conseqüentemente, entre maior o número de partículas aceleradas, maiores ineficiências. Aqui é adotada uma abordagem mais teórica para explicar isso, com base na modelagem DEA realizada anteriormente, em vista de que o modelo proposto na seção 3.2.2 ainda precisa ser avaliado com outras configurações experimentais que forneçam todos os dados relevantes.

Esta análise sugere a necessidade de avaliar se existe alguma configuração experimental com **multiplicidade de interação inelástica maior à unidade**, analogamente ao que, por exemplo, acontece quando um nêutron colide num átomo de  $^{235}\text{U}$ , obtendo outros três nêutrons. De fato, a última coluna da tabela 4 sugere que

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

$\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}} = 1,07 \pm 0,05$  para  $\alpha @ 3,3\text{GeV}/N + \text{C3H8}$ . Contudo, ainda seria preciso que  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}} \gg 1$ , com um valor suficientemente alto para compensar as perdas em outros subprocessos na hipotética usina. Se tal configuração existir, ainda seria necessário se preocupar com avaliar potenciais resíduos radioativos resultantes, pois, como foi visto na figura 2, a energia de ligação é da escala de MeV.

### 3.3.1 Definição do sub-fator de eficiência $\varepsilon_{\text{alvo}}$ em termos da multiplicidade por partícula incidente

Como foi visto na seção 2.7.2, as multiplicidades definidas em [22] são (equações 18 e 19), repetidas aqui por conveniência:

$$\langle n_{\text{partículas de interesse}} \rangle_{\text{incidente}} = \frac{N_{\text{partículas de interesse}}}{N_{\text{partículas aceleradas}}} = \frac{N_{\pi^-}}{N_1} \quad (\text{Eq. 39}),$$

$$\langle n_{\text{partículas de interesse}} \rangle_{\text{interação}} = \frac{N_{\text{partículas de interesse}}}{N_{\text{partículas aceleradas}} - N_{\text{partículas sem interagir}}} = \frac{N_{\pi^-}}{N_1 - N_2} \quad (\text{Eq. 40}),$$

onde  $N_{\text{partículas aceleradas}} = N_1$ , são o número total de deutérios acelerados (nesse caso),  $N_2$  é a quantidade dessas partículas que são detectadas após o alvo, e que *não* interagiram inelasticamente (isso é definido em termos de dois critérios, um de momento e um de ângulo, próximo aos iniciais [22]); por conseguinte, ao considerar as equações 35 e 39, é possível reescrever 30 como sendo,

$$\varepsilon_{\text{alvo}} = \frac{N_{\pi^-}}{N_{\text{partículas aceleradas}} * E_{\text{por partícula acelerada}}} = \frac{\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}}{E_{\text{por partícula acelerada}}} \quad (\text{Eq. 41}).$$

Apenas para fins comparativos, é interessante observar que, considerando as equações 16 e 17, é possível reescrever a 41 como:

$$\varepsilon_{\text{alvo}} = \frac{1}{E_{1\pi^-}} = \frac{\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}}{A \cdot E_{\text{por núcleon}}} \quad (\text{Eq. 42}).$$

Assim, para otimizar  $\varepsilon_{\text{alvo}}$  é necessário maximizar  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  e/ou minimizar  $E_{\text{por partícula acelerada}} = A \cdot E_{\text{por núcleon}}$ . Se considerarmos todos os outros

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

parâmetros experimentais além desses dois como sendo fixos, faz sentido que possa se procurar alguma correlação de  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  em função de  $E_{\text{por partícula acelerada}}$  num trabalho posterior. Contudo, como veremos a seguir, o parâmetro principal aqui seria  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$ , e, por conseguinte, vamos mais uma vez delimitar o objeto de estudo a essa variável.

### 3.3.2 Uma expressão para a multiplicidade por partícula incidente

Com o objetivo de otimizar a multiplicidade  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  (eq. 39), que influencia diretamente no fator de eficiência  $\varepsilon_{\text{alvo}}$ , que por sua vez afeta no ganho global  $Q_{\text{elec}}$ , nesta seção se mostra como obter uma expressão para  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  em função de  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ , da seção de choque, da densidade do alvo e do comprimento do alvo, a partir de **assumir** que a lei de atenuação exponencial de nêutrons num alvo (seção 2.6.2) é igualmente aplicável quando o projétil é deutério, com um intervalo pequeno de erro (menor a 10% para a seção de choque nas configurações estudadas, conforme visto na seção 2.7.2, com base em [13]). As definições 39 e 40 foram especialmente úteis nesta demonstração.

Partindo da atenuação para nêutrons (eq. 15), temos:

$$\frac{N_2}{N_1} \simeq e^{-\sigma \cdot n \cdot t} \quad (\text{Eq. 43}).$$

Fazendo duas operações algébricas, que foram consideradas válidas, sem ainda considerar possíveis efeitos quânticos:

$$e^{-\sigma \cdot n \cdot t} \simeq \frac{N_2}{N_1} = \frac{-N_1 + N_2 + N_1}{N_1} = 1 - \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1}\right) \quad (\text{Eq. 44}),$$

e:

$$e^{-\sigma \cdot n \cdot t} = 1 - \left(\frac{N_1 - N_2}{N_{\pi^-}}\right) * \left(\frac{N_{\pi^-}}{N_1}\right) \quad (\text{Eq. 45}).$$

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. JINR P1-91-455, p. 2-3 JINR, Dubna, Russia, 1991.

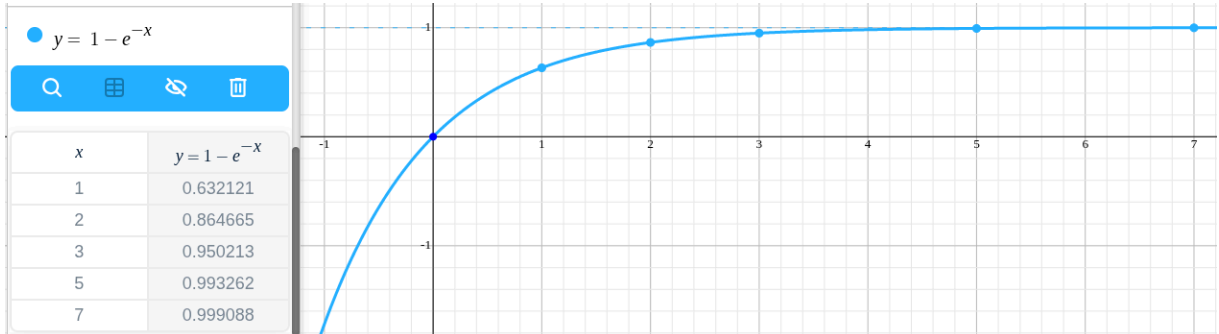
Trazendo as definições 39 e 40 à equação 45, se mostra que:

$$\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}} = (1 - e^{-\sigma \cdot n \cdot t}) * \langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}} \quad (\text{Eq. 46}).$$

Note que essa expressão concorda com a explicação dos aumentos das multiplicidades exposta na seção 2.7.2, mas ainda não considera o conteúdo relativo de nêutrons (uma das explicações de [22] para a redução de  $E_{1\pi^-}$ ). Agora vamos estudar detidamente cada um dos termos (adimensionais) do lado direito, para avaliar o seu comportamento.

1. - Primeiro termo,  $1 - e^{-\sigma nt}$ : Vamos definir  $x \equiv \sigma nt$ , e  $y \equiv 1 - e^{-x}$ , para graficar  $y$  em função de  $x$  (como apresentado na figura 21), onde  $\sigma$  é a seção de choque [mb] (ou  $\text{cm}^2$ ),  $n$  é a quantidade de átomos por volume [ $1/\text{cm}^3$ ], e  $t$  é o comprimento do alvo [cm].

Figura 21 – Gráfico de  $1 - e^{-\sigma nt}$  em função de  $\sigma nt$ .



Fonte: Elaboração própria, utilizando o software Symbolab.

Deste gráfico é possível extrair a resposta do questionamento que motivou este trabalho: que se, para determinada configuração experimental, o aumento do comprimento do alvo vai ter um efeito representativo no fator de ganho  $Q_{elec}$ , e em qual medida. Vemos que para determinada  $\sigma$  e  $n$ , o comprimento teria um limite assintótico, do que é possível extrair algumas conclusões importantes. Primeiro, que não adianta aumentar indefinidamente o comprimento. Segundo, que tanto  $t$  quanto  $\sigma$  e  $n$  estão limitados assintoticamente. Assim, é possível estender o comprimento para compensar uma baixa probabilidade de que a reação aconteça, ou uma baixa densidade. Uma avaliação técnico-econômica posterior a ter

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

encontrado uma configuração relevante [ $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}} > 1$ ], se existir, cabe neste ponto). Terceiro, que o valor máximo possível para  $1 - e^{-\sigma nt}$ , é 1, mas, dependendo do tipo de material já pode compensar, i.g.,  $y = 1 - e^{-\sigma nt} \approx 0,99$ . Ou seja,  $\sigma * n * t \approx [4,2, 7]$ , para um rendimento máximo.

2. - Segundo termo,  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ : Foi visto na sua definição (eq. 40), que a multiplicidade de interação é a razão da quantidade de partículas que decaem em  $\mu^-$  (nesta análise, píons negativos), entre a quantidade de partículas aceleradas inicialmente que interagem inelasticamente. A otimização deste termo oferece certa complexidade, principalmente experimental, e uma análise detalhada pode ser realizada em trabalhos futuros. Algumas estratégias que poderiam merecer atenção, são sugeridas na seção seguinte.

### 3.3.3 Discussões para otimização da multiplicidade de interação $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$

A seguir são propostas duas ideias que poderia ser interessante discutir com maior profundidade, buscando um aumento do rendimento associado a  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ , e à procura da reação idônea, respectivamente:

1. - Consideração de recirculação no sincrofasotron: Partindo da eq. 40, é notório que o efeito desejado consiste em maximizar  $N_{\pi^-}$  e reduzir  $N_1 - N_2$ , obtendo uma alta quantidade de partículas que decaem em  $\mu^-$ , ao tempo que (idealmente) a quantidade de partículas originalmente aceleradas que sai do alvo,  $N_2$ , seja o mais próxima possível à que entrou,  $N_1$ , sem modificações consideráveis nem no momento nem no ângulo: isso sugere que poderia chegar a ser atrativo recircular tanto as partículas que não colidiram,  $N_2$ , quanto às que já colidiram, aproveitando a energia residual (contudo, se a deflexão for pronunciada, pode que seja ineficiente esse último processo, pelo que é necessário estudar detalhadamente a distribuição dos momentos e ângulos, como já apontado em [13]).

[13] N. Viryasov, R. Dulgaryan, V. Kakoyan, S. Korchagin, M. Nagaitsev, N. Soloviev, G. Fadeev, G. Khutsishvili, and A. Cheplakov, "Formation of  $\pi$ -mesons in deuteron interactions with extended carbon and beryllium targets at an energy of 1 GeV per nucleon," Tech. Rep. JINR P1-91-455, JINR, Dubna, Russia, 1991.

2. - Redução dos possíveis arranjos experimentais, via restrições aproximadas: Como foi estudado já na seção 3.1.1, para que  $Q_{elec} \gg 1$ , é necessário que  $\eta_{alvo \rightarrow decaimento \rightarrow transporte \rightarrow reator \rightarrow camisa} \gg 9,26$  (sob condições ideais). A partir das equações 29 até 34, num caso ideal, onde  $\varepsilon_{decaimento} \simeq \varepsilon_{transporte} \simeq \varepsilon_{camisa} \simeq 1$ , seria possível escrever uma restrição mínima:

$$\varepsilon_{alvo} * \varepsilon_{reator} = \frac{N_{partículas\ de\ interesse}}{E_{partículas\ aceleradas}} * \frac{E_{reator}}{N_{\mu^-, finais}} \gg 9,26 \text{ (Eq. 47)},$$

substituindo as equações 35 e 38 na anterior:

$$\varepsilon_{alvo} * \varepsilon_{reator} = \frac{N_{partículas\ de\ interesse}}{N_{partículas\ aceleradas} * E_{por\ partícula\ acelerada}} * \frac{N_{\mu^-, finais} * 3900 [MeV]}{N_{\mu^-, finais}} \gg 9,26 \text{ (Eq. 48)}.$$

substituindo a eq. 39 na 48, obtemos a restrição mínima (ideal):

$$\frac{E_{por\ partícula\ acelerada}}{\langle n_{\pi^-} \rangle_{incidente}} \ll 421 \text{ MeV (Eq. 48)}.$$

Sendo ainda mais restritivos, e arbitrando  $\varepsilon_{transporte} \simeq 0,5$ , como referenciado na seção 2.3.4 (até experimentos mais detalhados), obtemos a condição para  $Q_{elec} \gg 1$ :

$$\frac{E_{por\ partícula\ acelerada}}{\langle n_{\pi^-} \rangle_{incidente}} \ll 210 \text{ MeV (Eq. 49)}.$$

Esta restrição aproximada, apenas para atingir o ponto de equilíbrio *elétrico*, parece ser extremamente limitante. Note que esse valor é igual a  $E_{1\pi^-}$ , segundo as equações 41 e 42, e que o valor mínimo teórico reportado em [22] (p. 5), é de 4,4 GeV. A maneira de aproveitar esta conclusão seria estudar se existe, na física nuclear ou de partículas, alguma reação que possa ser aproveitada, em torno deste valor. Por exemplo, a reação  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  com barreira limiar de 211,32 MeV (pois a massa do elétron é de 105,66 MeV/c<sup>2</sup>) é quase exatamente 210 MeV. Outra opção seria  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  a uns 280 MeV (pois a massa do pión é de 139,570 MeV/c<sup>2</sup>), mas, neste caso, ainda seria necessário melhorar alguns aspectos da

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

nossa usina. Contudo, estudos mais detalhados são necessários neste quesito, principalmente voltados a avaliar se as seções de choque dessas reações em determinados rangos energéticos são competitivas com a reação  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ , que implica perdas.

Também é necessário avaliar se existe uma reação com  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{incidente}}$  o suficientemente grande que supere estas limitantes. Ainda, se tais reações não existirem, seria possível demonstrar que a segunda alternativa que Benito propõe para mostrar se a  $\mu\text{CF}$  possa chegar a ser viável, seria uma condição necessária, mas não suficiente. Tendo estrita necessidade de desestagnar o múon  $\mu^-$  da partícula alfa. Se esses esforços não forem suficientes, a fusão catalisada por múons teria que ser descartada como alternativa energética.

### 3.3.4 Variação do comprimento e material do alvo e busca pelo $\langle n_{\pi^-} \rangle_{\text{interação}}$ ótimo no Geant4

A partir do modelo proposto (v01.02) podem ser avaliadas sistematicamente muitas configurações, mas ainda é necessária maior revisão deste modelo. Ainda, antes disso e como mostrado anteriormente, o foco deveria ser voltado a verificar a possibilidade da existência de multiplicidades de interação maiores do que a unidade, variando partícula incidente, e particularmente o alvo. Isso requer a obtenção de mais dados experimentais.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste trabalho foi fornecida uma visão geral e introdutória, tanto das abordagens quanto das tecnologias que procuram atingir fusão energeticamente rentável, com ênfase na fusão catalisada por múons. Mais especificamente, para a obtenção de píons negativos: foi trazido como estudo de caso os experimentos realizados por um grupo de pesquisa do JINR, até 1995. Foi realizada uma simulação, utilizando o conjunto de bibliotecas Geant4, noções de Programação Orientada a Objetos, e noções básicas de terminal Linux, e programação em C++ e bash, o que permitiu validar o resultado de duas de estas configurações, das quais foi possível obter todos os dados. Contudo, ainda é necessário obter mais dados experimentais

para validar este modelo, antes de sequer pensar em utilizá-lo para propor novas experiências, para o que seria necessário encontrar mais referências associadas aos reportes técnicos apresentados, ou ainda, realizá-las em laboratório. O principal resultado aqui foi replicar duas configurações experimentais via modelagem com um erro que foi considerado aceitável (menor a  $\pm 10\%$ ). As outras configurações das quais se tinham informações não foram satisfatoriamente replicadas, o que foi atribuído principalmente à falta de dados de interesse, sobretudo do número de píons obtidos experimentalmente,  $N_{\pi^-}$ .

Também, foi realizada uma modelagem teórica baseada na análise DEA, para delimitar o objeto de análise, primeiro ao fator de eficiência  $\varepsilon_{alvo}$  (eq. 30, 42), que se define como a quantidade de partículas de interesse que podem decair em  $\mu^-$  por energia total por partículas aceleradas. Posteriormente foi ainda mais delimitado à multiplicidade de interação  $\langle n_{\pi^-} \rangle_{interação}$ , da qual se mostrou a necessidade de otimizar: se a fusão catalisada por múons faz sentido desde o ponto de vista energético, apenas seria 1) por ter diminuído a probabilidade de adesão de um múon a núcleo de hélio-4 durante o processo de catalisação (a análise desta possibilidade foi deliberadamente descartada do escopo deste trabalho) ou 2) por ter encontrado um arranjo para produção de múons com multiplicidade de interação inelástica o suficientemente grande como para reduzir o custo energético por múon,  $E_{1\mu^-}$  a um valor ao redor de 210 MeV. Ou seja, mais de 50 vezes menor que os valores apresentados na tabela 4, apenas para atingir o ponto de equilíbrio elétrico. Esse limite tão restritivo pode ajudar, em futuras análises, a encontrar uma melhor reação na física nuclear ou de partículas, **ou** pode evidenciar que a segunda condição apontada por Benito [12] é necessária, mas não suficiente.

Encontrou-se, aliás, uma expressão que mostra que existe um limite assintótico do efeito do aumento do comprimento no índice de ganho  $Q_{elec}$ , o que mostra que não adianta aumentar esse comprimento indefinidamente, além de permitir a sua otimização (aproximada). Mas também, deriva num novo questionamento. Que (aparentemente) em experimentos anteriores [22] a prioridade na produção de píons têm sido associada ao aumento da seção de choque macroscópica, para reduzir a atenuação (como visto na eq. 12,

[12] J. Benito, \*Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear\*, 1st ed., Fondo de Cultura Económica, Mexico, 1993.

[22] N. Fadeev and M. Soloviev, "The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion", Tech. Rep. JINR E1-95-29, JINR, Dubna, Rússia, 1995.

14 e seção 2.7.2), o que poderia possivelmente ser explicado com o auxílio da tabela 7 (realizada ao questionar o porquê da escolha do berílio e carbono como alvos). A partir daqui, poderíamos nos perguntar se poderia ser interessante o aumento do número atômico nas configurações, juntamente com a otimização do comprimento (sempre que aspectos econômicos e técnicos permitirem). Já que é ainda mais necessário para um  $Q_{elec} \gg 1$  tentar maximizar a multiplicidade, ao invés da seção de choque macroscópica, como demonstrado anteriormente, e isso, talvez, seja possível de conseguir com o aumento do número atômico e/ou mássico.

Tabela 7 – Possível explicação da escolha dos alvos de berílio e carbono pela equipe de Fadeev et al.: Os 10 elementos da tabela periódica com maior densidade por massa e maior densidade por número atômico. A maior densidade por massa, maior seção de choque macroscópica, ou seja: tem se a hipótese de que o Prof. Ponomarev pretendia aumentar a probabilidade de obter píons negativos, ao designar esses alvos à equipe de Fadeev et al.

Símbolo	Elemento	Número Atômico	Massa Atômica	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Densidade/Massa	Densidade/Z
B	Boro	5	10,81	2,37	0,2192414431	0,474
Be	Berílio	4	9,0122	1,848	0,2050553694	0,462
C	Carbono	6	12,011	2,267	0,1887436517	0,3778333333
Ni	Níquel	28	58,6934	8,908	0,1517717495	0,3181428571
Ni	Níquel	28	58,6934	8,908	0,1517717495	0,3181428571
Co	Cobalto	27	58,933194	8,86	0,150339722	0,3281481481
Co	Cobalto	27	58,933194	8,86	0,150339722	0,3281481481
Cu	Cobre	29	63,546	8,96	0,1410002203	0,3089655172
Cu	Cobre	29	63,546	8,96	0,1410002203	0,3089655172
Fe	Ferro	26	55,845	7,87	0,1409257767	0,3026923077

Fonte: Elaboração própria.

Assim, se faz necessário avaliar se existe alguma configuração experimental com multiplicidade muito maior à unidade, análoga a, por exemplo, o que acontece na reação de fissão quando um nêutron térmico é absorvido por um átomo de <sup>235</sup>U, obtendo-se 3 novos nêutrons após o processo. Se tal configuração existir, como de fato já é sugerido na última configuração experimental da tabela 4, ainda seria necessário se preocupar por aspectos de eficiência e em avaliar potenciais resíduos radioativos resultantes.

## 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Com base no anterior, podemos concluir:

1. - Que foi possível reproduzir via modelagem em Geant4, num intervalo de confiança aceitável (erro menor a  $\pm 10\%$ ) os resultados de duas configurações experimentais que procuravam obter o custo energético por píons negativos para seu aproveitamento no mecanismo chamado de fusão catalisada por múons. Para avaliar ainda mais este modelo, é necessário ter todos os dados de interesse, mostrados na tabela 4.

2. - Que há um limite técnico para o aumento do comprimento do alvo, que temos categorizado como ótimo: foi encontrada uma expressão (eq. 46), baseada na assunção de que é válido modelar o processo descrito pela lei de atenuação em alvos estendidos, válida para os alvos de carbono e (aproximadamente) para o berílio, segundo mostrado no final da seção 2.7.2. Para outras configurações, mesmo que não seja válida a lei de atenuação, seria válido esperar, analogamente, um limite na multiplicidade por partícula incidente, e uma curva similar à da figura 21.

3. - Do anterior (eq. 46) também se deduz que para avaliar se é possível reduzir o custo energético da produção de píons em mais de 50 vezes ( $E_{1\pi^-} < 210 \text{ MeV}$ ), apenas seria por ter uma ***multiplicidade de interação inelástica maior do que a unidade o suficientemente grande***. Se tal condição para  $E_{1\pi^-}$  não pode ser cumprida, teríamos mostrado que minimizar o custo energético por pión, é uma condição necessária, mas não suficiente no questionamento de se a fusão catalisada por múons pode chegar a ser uma alternativa energética, obtendo do presente trabalho apenas um modelo para aproximar o comprimento ótimo, mas precisando descartar a outra alternativa, de se é possível reduzir a taxa de estagnação do múon na partícula alfa, conforme visto na figura 9.

Alguns trabalhos posteriores baseados na presente análise aqui propostos são:

1. - Encontrar referências bibliográficas e realizar experimentos conforme a tabela 4 para avaliar mais o modelo em Geant4 aqui proposto. O parâmetro de principal a ser obtido é o número de píons obtidos das reações nucleares,  $N_{\pi^-}$ , devendo ser bem documentado a quantidade partículas aceleradas,  $N_1$ , o tipo e energia da partícula acelerada, juntamente com o tipo, densidade e geometria do alvo.

2. - Contabilizar múons  $\mu^-$  na simulação em Geant4, e não apenas  $\pi^-$ , e recalculer a eficiência, obtendo uma valor mais próximo ao custo energético real por múon.

3. - Avaliar o custo energético para alvos com maior número atômico e mássico, em função do comprimento do alvo. Considerando que o pión é a partícula mediadora da força forte, pode ser plantada a hipótese de que a maior número atômico, maior probabilidade de obter um  $\pi^-$ .

4. - Aprimorar a simulação para a análise da multiplicidade de interação inelástica, adicionando mais um detetor em forma de cone truncado quase cilíndrico, com  $3^\circ$  de inclinação na sua fase trapezoidal, com respeito ao eixo central (que terá por objetivo contabilizar o número de partículas que não interagem na saída do alvo).

5. - Pesquisa do efeito da temperatura e pressão do combustível nuclear DT na eficiência do processo de fusão por catálise muónica.

6. - Realizar um modelo DEA mais geral, e trazer em consideração outras ineficiências, não abordadas neste trabalho, em toda a cadeia de produção, i.g., a energia gasta para a extração do deutério, etc., e otimizar cada fator de eficiência  $\eta_j$  e cada  $\epsilon_k$ , para um  $Q_{elec}$  ótimo.

7. - Encontrar a distribuição angular e de momento dos píons na simulação já realizada, pois, segundo mencionado por Fadeev et al. (1995), não é suficiente conhecer o custo energético por pion, estudar o porquê.

8. - Avaliar se existem processos nos quais o  $\mu^-$  possa ser obtido diretamente, sem que o  $\pi^-$  seja um intermediário, pois com isso se contornaria uma ineficiência importante, e fazendo menos restritiva a limitação de 210 MeV estimada.

9. - Modelar, analogamente a o que foi feito aqui, colisões partícula-partícula, utilizando o exemplo RE05 do Geant4, realizando uma tradução do Fortran para o C++, e utilizar como software de apoio o Pythia8 juntamente com códigos de partículas do PDG (Particle Data Group) para avaliar sistematicamente se existe uma reação na qual possa se obter um custo menor a 210 MeV por  $\mu^-$ .

10. - Estudar mais aprofundadamente a frequência de adesão de um  $\mu^-$  numa partícula alfa, teórica e experimentalmente, pois foi deliberadamente excluído do nosso escopo, com especial atenção no efeito da densidade e temperatura do combustível, junto ao fato de submeter ele a campos magnéticos de diferentes magnitudes e frequências.

11. - Devido à aparente relativa grande quantidade de nêutrons térmicos produzidos no alvo em este tipo de reações, seria interessante analisar se é possível empregá-los para a obtenção do trítio. Mais ainda, chama a atenção a equação 5, da qual se obtêm além do trítio 4,8 MeV, e que há reações que atuam como fontes de nêutrons com energias mais baixas do que isso, e essa reação apenas precisa de **nêutrons térmicos**, sendo exotérmica. Por exemplo, a reação  $\gamma+{}^9\text{Be}\rightarrow{}^8\text{Be}+n$ , onde a energia de ligação do  ${}^9\text{Be}$  é 1,7 MeV, e fontes (escassas na natureza) como  ${}^{24}\text{Na}$  emitem  $\gamma$  a 2,76 MeV ([39], p. 446).  ${}^{24}\text{Na}$  pode ser obtido em laboratório mediante captura de nêutrons térmicos, a partir de  ${}^{23}\text{Na}$ , o sexto elemento mais abundante na natureza. Outras opções seriam explorar a reação  $n+{}^9\text{Be}\rightarrow 2n+{}^8\text{Be}\rightarrow 2n+2\alpha$ , com uma barreira de 1,75 MeV, ou simplesmente  $\gamma+{}^9\text{Be}$ , onde a fonte seja um laser a 1,7 MeV. Contudo, tanto o  ${}^9\text{Be}$  quanto o  ${}^6\text{Li}$  são isótopos escassos.

[39] K. S. Krane, Introductory Nuclear Physics, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1988.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] - Stockholm Resilience Centre, Stockholm University, 2023. Planetary boundaries. The evolution of the planetary boundaries framework. Disponível em: < <https://www.stockholmresilience.org/research/planetary-boundaries.html> >. Acesso em 10 de abril de 2024.

[2] - RICHARDSON, K., et. al. Earth beyond six of nine planetary boundaries. Sci. Adv. 9, eadh2458, American Association for the Advancement of Science, U.S.A., 2023. Disponível em: < <https://www.science.org/doi/epdf/10.1126/sciadv.adh2458> >

[3] - IPCC. Informe especial del IPCC sobre los impactos del calentamiento global de 1,5 oC con respecto a los niveles preindustriales y las trayectorias correspondientes que deberían seguir las emisiones mundiales de gases de efecto invernadero, en el contexto del reforzamiento de la respuesta mundial a la amenaza del cambio climático, el desarrollo sostenible y los esfuerzos por erradicar la pobreza. Resumen para responsables de políticas, Unidad de Apoyo Técnico del Grupo de Trabajo I, 2019.

[4] - SMIL, Vaclav. Distributed Generation and Megacities. Are Renewables the Answer? IEEE power & energy magazine. 2019. DOI: 10.1109/MPE.2018.2884112.

[5] - CAMPANELLA, Edoardo. The overlooked challenges of the green transition. Chart of the Week. Macro Research, UniCredit, 2024. Disponível em < [https://www.research.unicredit.eu/DocsKey/economics\\_docs\\_2024\\_186143.ashx?EXT=pdf&KEY=C814QI31EjqIm\\_1zIJDBJNMCIP90VkUcByFQcQrP05w=&P=1](https://www.research.unicredit.eu/DocsKey/economics_docs_2024_186143.ashx?EXT=pdf&KEY=C814QI31EjqIm_1zIJDBJNMCIP90VkUcByFQcQrP05w=&P=1) >. Acesso em 10 de abril de 2025.

[6] - HOEDL S. A Social License for Nuclear Technologies. In: Black-Branch J., Fleck D. (eds) Nuclear NonProliferation in International Law - Volume IV. T.M.C. Asser Press, The Hague. DOI: 10.1007/978-94-6265-267-5\_2. Berkeley, CA 94704 USA, 2019. Disponível em < <https://arxiv.org/pdf/2009.09844> >. Acesso em 10 de abril de 2025.

[7] - ABDIN, Z., et. al. Hydrogen as an energy vector. Renewable and Sustainable Energy Reviews 120 - 109620. 1364-0321. Elsevier Ltd. DOI: 10.1016/j.rser.2019.109620. 81 Broadway, Ultimo, NSW, 2007, Australia, 2020. Disponível em < <https://opus.lib.uts.edu.au/bitstream/10453/138999/1/Hydrogen%20as%20an%20energy%20vector.pdf> >. Acesso em 10 de abril de 2025.

[8] - ELLIS, G., GELMAN, S. Model predictions of global geologic hydrogen resources. Sci. Adv. 10, eado0955. Energy Resources Program, U.S. Geological Survey, Denver, Colorado, USA. 13 de dezembro, 2024. Disponível em < <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/sciadv.ado0955> >. Acesso em 10 de abril de 2025.

[9] - HARTWIG, Z. MIT PLASMA SCIENCE AND FUSION CENTER. MIT's Pathway to Fusion Energy (IAP 2017). [Vídeo]. Youtube, 6 fev. 2017. Disponível em <<https://youtu.be/L0KuAx1COEk>>. Acesso em 7 de julho de 2025.

[10] - LAPOINTE, M. Antimatter propulsion. NASA citations. EUA, 2020. Disponível em <<https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20200001904/downloads/20200001904.pdf>> Acesso em 10 de abril de 2025.

[11] - SMITH, G. A., COUGHLIN, D. P., High Density Storage of Antimatter for Space Propulsion Applications. CP552, Space Technology and Applications International Forum-2001, edited by M. S. El-Genk. American Institute of Physics, 2001.

[12] - BENITO, Julio. Los Prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear. 1. ed. ISBN 968-16-4212-0. Fondo de cultura económica, D.F., México, 1993.

[13] - VIRYASOV, N., DULKARNYAN, R., KAKOYAN, V., KORCHAGIN, S., NAGAITSEV, M., SOLOVIEV, N., FADEEV, G., KHUTSISHVILI, G. СНЕПЛАКОВ, А. ОБРАЗОВАНИЕ  $\pi$ -МЕЗОНОВ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ДЕЙТРОНОВ С УГЛЕРОДНОЙ И БЕРИЛЛИЕВОЙ ПРОТЯЖЕННЫМИ МИШЕНЯМИ ПРИ ЭНЕРГИИ 1 ГэВ НА НУКЛИОН (Formação de mésons  $\pi$ - nas interações de deuterons com alvos extensos de carbono e berílio a uma energia de 1 GeV por núcleo). СООБЩЕНИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДУБНА (Comunicações do Instituto Unificado de Pesquisas Nucleares de Dubna). JINR P1-91-455. URSS, 1991. Disponível em <<http://inis.jinr.ru/sl/NTBLIB/JINR-P1-91-455.pdf>>. Acesso em: Acesso em 4 de julho de 2025. Tradução disponível em: <[https://docs.google.com/document/d/1ZCXqaGienaN\\_WqUyJFrKnjqdNBnEEyxplacrBvsh8Kc/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1ZCXqaGienaN_WqUyJFrKnjqdNBnEEyxplacrBvsh8Kc/edit?usp=sharing)>. Acesso em 3 de dezembro de 2025.

[14] - SATHAYE, J., et al. Greenhouse Gas Mitigation Assessment: A Guidebook. 2nd ed. Chapter 9. DOI: 10.1007/978-94-015-8466-1 . Springer Science+Business, Media Dordrecht, New York Dordrecht Heidelberg London, U. S. A., 1995.

[15] - MISHI A. et al. Fundamental interactions of nature: Classical unification of gravitational and electromagnetic forces. African Journal of Environment and Natural Science Research. Volume 3, Issue 6. ISSN: 2689-9434. 2020. Disponível em <[https://abjournals.org/ajensr/wp-content/uploads/sites/15/journal/published\\_paper/volume-3/issue-6/AJENSR\\_VOZCNZ5Q.pdf](https://abjournals.org/ajensr/wp-content/uploads/sites/15/journal/published_paper/volume-3/issue-6/AJENSR_VOZCNZ5Q.pdf)>. Acesso em 7 de julho de 2025.

[16] - FROIS, B., KARLINER, M. Where does the nucleon spin come from? Exactly how quarks form the neutron and the proton is one of the most enigmatic problems in particle physics. Physics World. DOI: 10.1088/2058-7058/7/7/32. CERN, Geneva, Switzerland, 1994.

[17] - FREIRE, A. Introdução à física de partículas. Tópicos de física. Coleção CBPF. 1. ed. ISBN 978-85-7861-066-1. Editora livraria física. São Paulo, Brasil, 2010.

[18] - WOODRUFF, An Overview of Tokamak Alternatives in the US Fusion Program with the Aim of Fostering Concept Innovation. S. Journal of Fusion Energy, 23, p 27-40, 2004.

[19] - ATZENI, S.; CALLAHAN, D.; LOPATKA, A. \*\*ICF and IFE principles, including indirect- and direct-drive schemes: a review and discussion\*\*. Webinar. Physics Today, American Institute of Physics, [S. d.]. Disponível em: <[https://event.on24.com/eventRegistration/console/apollox/mainEvent?&eventid=5036317&sessionid=1&username=&partnerref=&format=fhvideo1&mobile=&flashsupportedmobiledevice=&helpcenter=&key=C4437B172C96CB18B5EF39964F4C123C&newConsole=true&nxChe=true&newTabCon=true&consoleEarEventConsole=true&consoleEarCloudApi=false&text\\_language\\_id=en&playerwidth=748&playerheight=526&eventuserid=782252452&contenttype=A&mediametricsessionid=679153520&mediametricid=7073674&usercd=782252452&mode=launch](https://event.on24.com/eventRegistration/console/apollox/mainEvent?&eventid=5036317&sessionid=1&username=&partnerref=&format=fhvideo1&mobile=&flashsupportedmobiledevice=&helpcenter=&key=C4437B172C96CB18B5EF39964F4C123C&newConsole=true&nxChe=true&newTabCon=true&consoleEarEventConsole=true&consoleEarCloudApi=false&text_language_id=en&playerwidth=748&playerheight=526&eventuserid=782252452&contenttype=A&mediametricsessionid=679153520&mediametricid=7073674&usercd=782252452&mode=launch)>. Acesso em: 05 de dezembro de 2025.

[20] - NAGAMINE, Kanetada. Introductory Muon Science. Primeira edição. Tsukuba, Japão, High Energy Accelerator Research Organization, 2003.

[21] - DORMAN, Lev, DORMAN, Irina. History of the first discovery in cosmic rays. Homage to the discovery of cosmic rays. The meson-muon and solar cosmic rays. Coyoacán, México. ISBN: 978-1-62618-998-0, p. 105-127. 2013.

[22] - FADEEV, N., SOLOVIEV, M. The pion (muon) energy production cost in muon catalyzed fusion. СООБЩЕНИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ (Comunicados do Instituto Unificado de Pesquisas Nucleares). JINR E1-95-29, p. 1-14. Rússia, 1995. Disponível em <<http://inis.jinr.ru/sl/NTBLIB/JINR-E1-95-29.pdf>>. Acesso em 3 de julho de 2025.

[23] - NORBURY, J. Pion Total Cross Section in Nucleon - Nucleon Collisions. NASA. Estados Unidos. 651549.02.07.01, 215953, p. 1-14. 2009.

[24] - AMATO, Alex. Physics with Muons. From Atomic Physics to Solid State Physics. Primeira edição. Suíça: Script - Lecture, 2017.

[25] - TUEROS, Edith. Modulação de raios cósmicos em diferentes escalas temporais e sua variação com eventos transientes solares. 2016, 67 páginas. Dissertação, Ciências e aplicações Geoespaciais. Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, Brasil, 2016.

[26] - BRUNELLI, B., LEOTTA, G. Muon-Catalyzed Fusion and Fusion with Polarized Nuclei. Primeira edição. Genebra, Suíça: European Physical Society, 1987.

[27] - GERSTEIN, S. S., PONOMAREV, L. I.,  $\mu^-$  MESON CATALYSIS OF NUCLEAR FUSION IN A MIXTURE OF DEUTERIUM AND TRITIUM. Physics Letters B. CERN, Genebra, Suíça. DOI: 10.1016/0370-2693(77)90067-3, Ref. TH. 2393, p. 1-10. 1977.

[28] - ATSUO, Iiyoshi, et al. Muon catalyzed fusion, present and future. AIP Conference Proceedings. 2179, 020010, p. 1- 7. 2019.

- [29] - SIMONS, L., et al. On the Production of Exotic Atoms: From Basic Facts to Advanced Techniques Exotic Atoms in Condensed Matter. Italia. ISBN-I3: 978-3-642-76372-4, 59, p. 34-53.1990.
- [30] - KELLY, S., HART, L., ROSE, S. An investigation of efficient muon production for use in muon catalyzed fusion. J. Phys. Energy 3, DOI 10.1088/2515-7655/abfb4b. IopScience, Purpose-led publishing, Reino Unido, 2021. Disponível em < <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2515-7655/abfb4b/pdf> > Acesso em 10 de junho de 2025.
- [31] - MATOS, V. Colisões plásticas oblíquas. \*Revista de Ciência Elementar\*, Porto, v. 12, n. 2, p. 017, jun. 2024. DOI: <http://doi.org/10.24927/rce2024.017>
- [32] - MÉNDEZ-MANTILLA, M. O.; EGÜEZ CAVIEDES, E. C.; SHULIET MORALES PASTAZA, D.; AGUIRRE, J. B.; CRUZ MUÑOZ, S. B.; MORA JURADO, E. M.; PLAZA LASSO, U. E. Nociones fundamentales del zoológico de partículas. \*European Scientific Journal\*, v. 15, n. 28, p. 124, out. 2019. DOI: 10.19044/esj.2019.v15.n28.124.
- [33] - LUCAS, C. W. Uma teoria eletromagnética clássica de partículas elementares. In: THOMAS, E. G.; RAINE, D. (Org.). \*Física para um grau\*. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2000. p. 3.
- [34] - GRUPEN, C. O modelo padrão de partículas elementares. In: E. G. THOMAS; D. RAINE (Org.). \*O modelo padrão de partículas elementares\*. 1. ed. Cham: Springer, 2020. p. 29-47. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-27339-2\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-27339-2_2)
- [35] - KLEINKNECHT, K. Particle detectors. Physics Reports, Amsterdam, v. 84, n. 2, p. 85-161, 1982.
- [36] - JACKSON, Dorothy Evin. Nuclear reactions. Science Paperbacks, 106. London: Chapman and Hall, New Fetter Lane, London, UK, 1969. 190 p.
- [37] - KNOLL, G. Radiation Detection and Measurement. 3. ed. ISBN 0-471-07338-5. John Wiley & Sons, Inc, U. S. A., 2000.
- [38] - DOTSON, A. What Exactly IS a Cross Section pt. 1: Cross Sectional Area. [Vídeo]. Youtube, 2 jun. 2020. Disponível em < <https://youtu.be/VzoVgoopMkM> >. Acesso em 10 de julho de 2025.
- [39] - KRANE, K. Introductory nuclear physics. 2. ed. ISBN 0-471-80553-X. John Wiley & Sons, Inc, U. S. A., 1988.
- [40] - LEO, W. Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. 2. ed. ISBN 978-3-540-57280-0, 978-3-642-57920-2 (eBook). DOI 10.1007/978-3-642-57920-2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, U. S. A., 1994.

[41] - CHEPLAKOV, A., FADEEV, N., NAGAITSEV, A., SOLOVIEV, M., VIRYASOV, N.  $\pi^-$  meson production in interactions of deuterons and  $\alpha$ -particles with the extended carbon and beryllium targets at 1.0, 2.0, and 3.3 GeV/nucleon. ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДУБНА (Instituto Unificado de Pesquisas Nucleares de Dubna). Submetido à revista “Muon Catalyzed Fusion”. JINR E1-92-286. Rússia, 1992. Disponível em <<http://inis.jinr.ru/sl/NTBLIB/JINR-E1-92-286.pdf>>.

[42] - VIRYASOV, N. M. et al. Distribuições de Impulso e Angular de Mésons  $\pi^-$ , Produzidos em Interações dC na Energia de 1 GeV/nucleon. Comunicações do Instituto Unificado de Pesquisas Nucleares, P1-89-511, Dubna, 1989. Disponível em <<http://inis.jinr.ru/sl/NTBLIB/JINR-P1-89-511.pdf>>. Acesso em: Acesso em 3 de dezembro de 2025. Tradução disponível em: <<https://docs.google.com/document/d/16HDj7px9hGYayHXG0xQf5Q12C1hPL8bNqVfQLU-hBMA/edit?usp=sharing>>. Acesso em 3 de dezembro de 2025.

[43] - VIRYASOV, N. M. et al. “General characteristics of  $\pi^-$ -mesons produced in dC-,  $\alpha$ C-interactions at 1 GeV/N and 3.3 GeV/N”. Comunicação do Instituto Conjunto de Pesquisas Nucleares, P1-90-521, JINR, Dubna, 1990. Disponível em <<http://inis.jinr.ru/sl/NTBLIB/JINR-P1-90-521.pdf>>. Acesso em: Acesso em 3 de dezembro de 2025. Tradução disponível em: <[https://docs.google.com/document/d/1e2qXFRX5yogr5Z45WII7A4xNFzkkxK8cm9OcQzy9J\\_U/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1e2qXFRX5yogr5Z45WII7A4xNFzkkxK8cm9OcQzy9J_U/edit?usp=sharing)>. Acesso em 3 de dezembro de 2025.

[44] - COOPER, W., SEIFORD, L., ZHU, J. Handbook on Data Envelopment Analysis. 2. ed. ISBN 978-1-4419-6150-1, DOI 10.1007/978-1-4419-6151-8. Springer New York Dordrecht Heidelberg London, U. S. A., 2011.

[45] - ALLISON, J., et. al. Geant4 Developments and Applications. IEEE transactions on nuclear science, vol. 53, No. 1. DOI: 10.1109/TNS.2006.869826. IEEE, 2006.

[46] - BALADIN, M., et. al. A 2-metre propane bubble chamber. Nuclear instruments and methods, No. 20. North-Holland Publishing. Dubna, 1963. Disponível em <[https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029554X63903963?fr=RR-2&ref=pdf\\_download&rr=96368ced8a1b02df](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0029554X63903963?fr=RR-2&ref=pdf_download&rr=96368ced8a1b02df)>. Acesso em 27 de julho de 2025.

[47] - FRASS, W. Particle Detectors. Particle Physics Major Option. Estados Unidos. V. 1, p. 1-38, 2008.